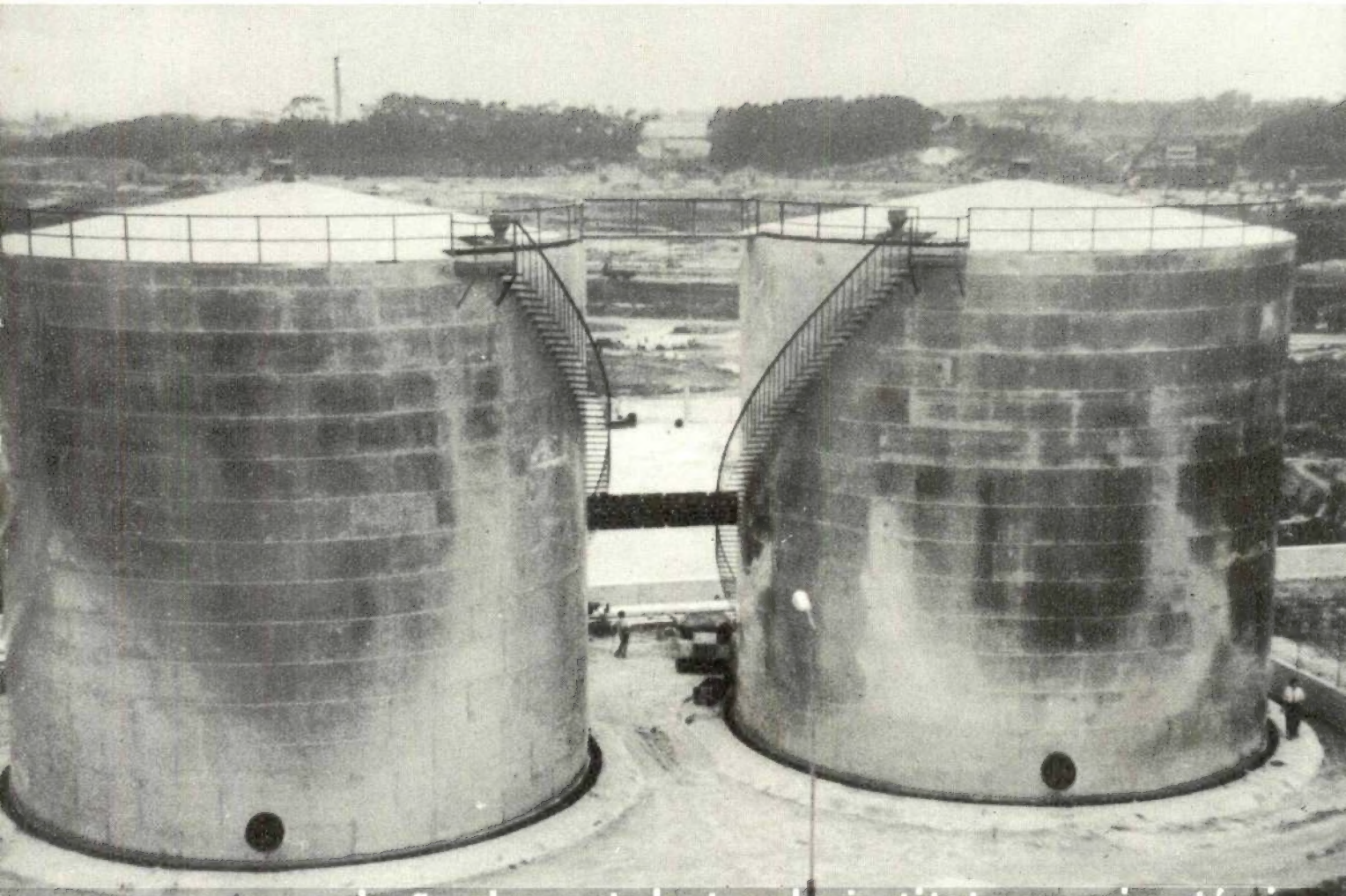
técnica



353 associação dos estudantes do instituto superior técnico
dezembro 1965 revista de engenharia

CIMENTO SECIL

Fábrica:

Outão – Setúbal

Telef. 228824/5

Escritório:

R. do Comércio, 56-3.º

LISBOA 2

Telef. 328201/2/3

FIX

patentes em:
PORTUGAL
ALEMANHA
FRANÇA
INGLATERRA
e outros países

LICENÇA BETONBAU-ALEMANHA

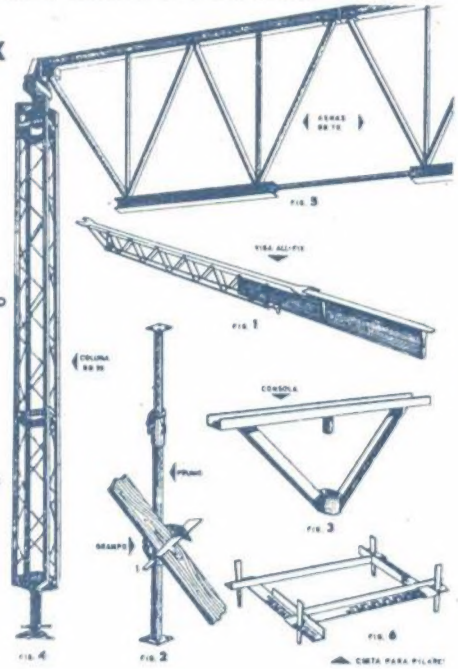
VIGAS EXTENSÍVEIS PARA SUPORTES DE COFRAGEM
PRUMOS TELESCÓPICOS, VARIEDADE DE ENTIVAÇÕES METÁLICAS

Com material **FIX**
rápida amortização
e
grande redução
na
mão-de-obra

O MATERIAL IDEAL
PARA A CONSTRUÇÃO

Peça
esclarecimentos
e faça
as suas consultas a:

FIX
AV. ELIAS GARCIA
162, 1.º ESQ.
LISBOA 1
Tel. 75 01 24



confiança para a construção com

materiais novobra

EM BETÃO PRÉ-ESFORÇADO

pavimentos
coberturas
vigas de grande vão
asnas
perfis

SOCIEDADE DE PRÉ-FABRICAÇÃO E OBRAS GERAIS, NOVOBRA, LDA.
AV. EST. UNIDOS DA AMÉRICA, 100, 5.º D.-TEL. 77 48 32/766446-LISBOA-5

gepoc

GABINETE DE ESTUDOS, PROJECTOS
E ORÇAMENTOS PARA A CONSTRUÇÃO

Encarrega-se de projectos de:

- Estruturas em Betão Pré-esforçado
- Estruturas Metálicas
- Edifícios Industriais
- Edifícios de Habitação e Escritórios
- Condutas, Reservatórios e Silos
- Pontes
- Recalçamento de Prédios
- Entivações e Cofragens Especiais
- Préfabricação

AV. ELIAS GARCIA, 162-1.º ESQ.
LISBOA • TEL. 77 10 53

técnica

*NÚMERO 353 * DEZEMBRO DE 1965 * ANO XL * VOLUME XXVIII * PUBLICAÇÃO MENSAL*

Director
Assis Farinha Martins

Administrador
J. M. Costa Monteiro

Secretário
V. M. Martins Pinto

Redactores
Amadeu M. R. Marrecas
Amílcar S. Martins
João C. V. F. Antas
Mário P. M. Garcia

Editor e Proprietário
Associação dos Estudantes do Instituto Superior Técnico

Redacção e Administração
Avenida Rovisco Pais
Telefone 77 54 49
Lisboa 1

★

Assinaturas

	3 N.os	5 N.os	10 N.os
Continente e Ilhas	37$50	60$00	110$00
Ultramar, Brasil e Espanha	—	65$00	120$00
Estrangeiro	—	70$00	130$00

Número avulso — 15$00

★

Os artigos assinados são da exclusiva responsabilidade dos seus autores.

Composto e impresso na Tipografia Jorge Fernandes, Lda. — Rua da Cruz dos Poiais, 103 — Lisboa

SUMÁRIO

127 *GOUVÊA PORTELA* — **Termoestática**
Thermostatic

135 *DOMINGOS MOURA* — **Nota sobre os domínios de utilização das médias tensões no transporte da energia eléctrica**
Note en the fields of application of medium voltages in the transmission of electrical power

141 *OLIVEIRA FALCÃO* — **Estudo experimental da transmissão de calor por convecção forçada numa conduta de secção anular**
Experimental study on heat transfer to water flowing in an annulus

147 *ARTUR RAVARA* — **Fundações de máquinas alternativas**
Foundations of reciprocating machines

161 *FRANCISCO A. ROSA* — **Vigas nervuradas com laje unilateral**
Ribbed beams with unilateral slabs

*

134 e 160 — Elementos sobre a produção e o consumo de energia na rede eléctrica nacional

171 Do Mundo Técnico
Determinação da qualidade de um ferro fundido por meio do módulo de elasticidade — O pré-esforço em coberturas delgadas. — Dois novos transistores de efeito de campo de metal-óxido-silício. — Comparador diferencial monobloco de alta velocidade. — Uma autoestrada sobreelevada de 80 Km de comprimento, entre Colónia e o Ruhr (Alemanha).

185 Biblioteca

CAPA Reservatórios de armazenamento de uma fábrica de tratamento de asfaltos construída pela SONORTE nos arredores do Porto.

Índice Alfabético dos nossos anunciantes

A — Pág.

A. Johnson & Co (Portugal), Ltd. . . XXX
Asea Eléctrica Ld.ª XVI

B

B. P. XXVI

C

CIDEX IV
CIDLA XXVIII
Cimento Secil . . . . . 2.ª da capa
Companhia de Cimentos Brancos . . VIII
Companhia Portuguesa de Fornos Eléctricos XXXII
Companhia União Fabril XIV
C. Santos, Ltd.ª . . . . . VI e VII
Construções Técnicas XXV

D

Dial XVIII
Du Pont X

E

Electrotécnicos Reunidos XXVII
Electro-Arco, Ltd.ª IV
Empresa de Cimentos de Leiria . . XXXVII
Empresa Electro Cerâmica XXIX
Empresa de Produtos Asfálticos. . . X
Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Ltd.ª . . . . . 3.ª da capa
Empresa Técnica de Equipamentos Eléctricos XI
Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações XX

F

Fábrica Portugal II
Fanafel XVI
FIX . . . . . 2.ª da capa
Fundações Franki, Lda. I

G

George Fischer IX
GEPOC . . . . . 2.ª da capa
Guedes & Almeida, Lda. XXXVI

H — Pág.

Harker Sumner & C.ª, Ltd. XXXIII

I

I. C. I. XXXI
Impermeábilis XVIII
Isola XX
Isolux, Lda. XXXIV

J

Jayme da Costa, Lda XV
Johann Keller XL

M

Mafatil XL
MAGUE XIII
Monteiro Gomes, Lda. XXXV
Monterroso & C.ª, Lda. XXXIV

N

Novobra, Lda. . . . . 2.ª da capa

Q

Quimicor, S.A.R.L. XIX

R

Renoluz XVIII

S

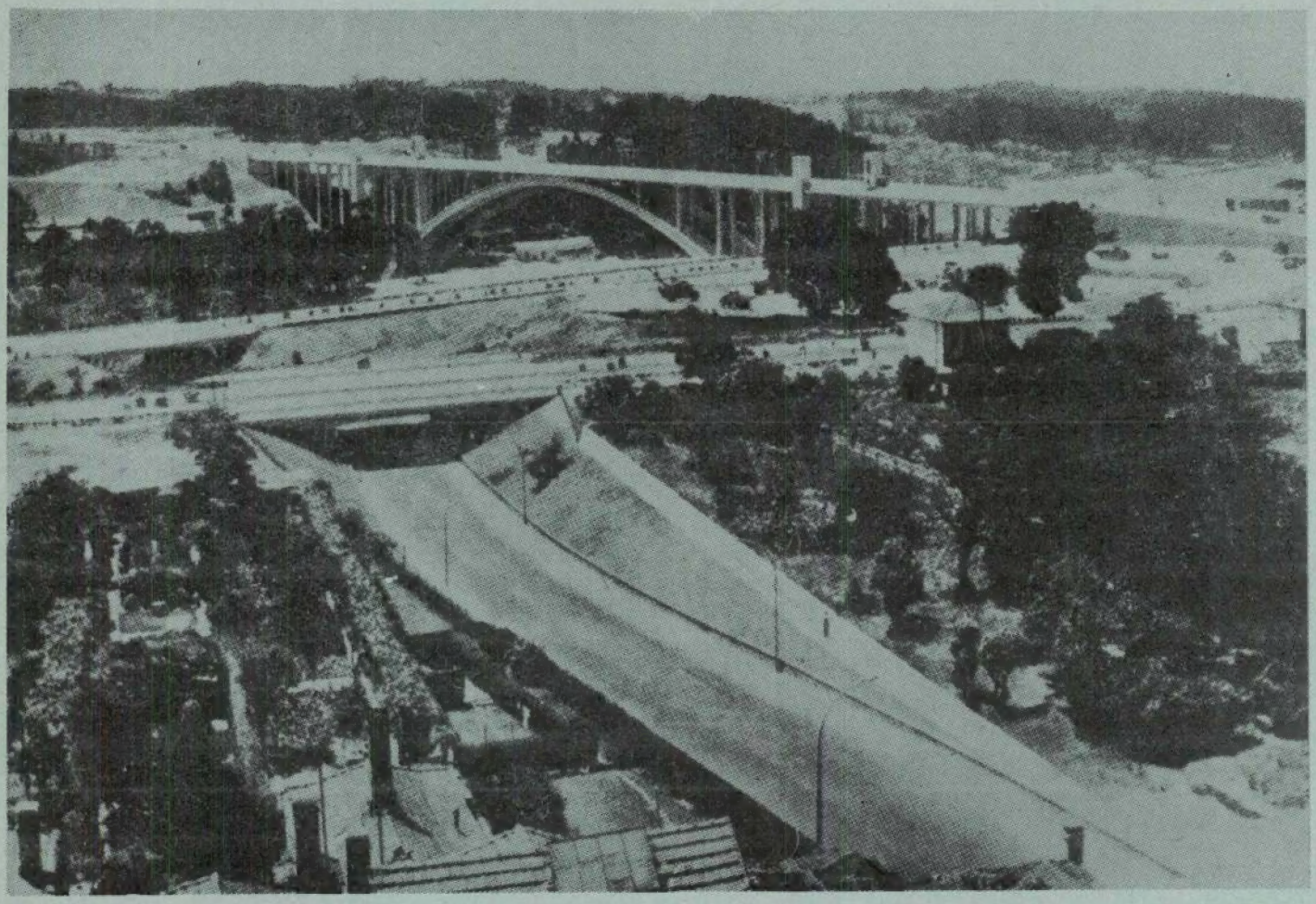
Sociedade de Electricidade Brown Boveri . . . . . 4.ª da capa
Soc. Michaelis de Vasconcelos . . . XII
Sociedade Industrial Metalúrgica . XXIX
Sociedade Portuguesa Cavan . . . VIII
Sondagens e Fundações A. Cavaco . IV
Sondagens Ródio, Ltd.ª XXIX
Sotécnica XL
Standard Eléctrica VII
S. T. E. T. XXI

V

Vasco Pessoa, Lda. XVIII

W

Wild Portugal, Lda. XVII



Ponte da Arrábida — PORTO

Vista parcial dos acessos da Ponte da Arrábida assentes sobre

ESTACAS FRANKI

FUNDAÇÕES FRANKI, L.DA

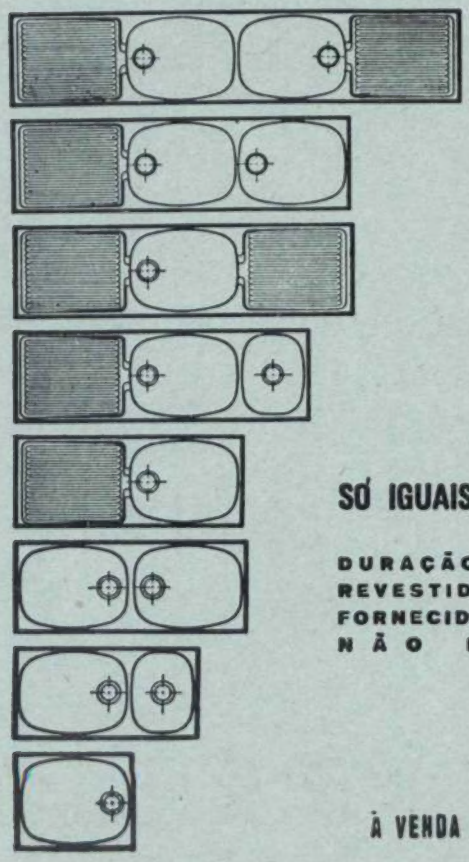
Rua Braamcamp, 13, 3.º — Lisboa — Tel. PPC 73 41 12 — End. Tel. FRANKI

USE NA SUA COZINHA UM ELEGANTE LAVA-LOUÇAS DE AÇO INOXIDÁVEL

CONCEBIDO PELA

FABRICA PORTUGAL

PARA MODERNIZAR OS LARES DE PORTUGAL



APRESENTADOS EM

8 MODELOS

"STANDARD"

EXECUTAM-SE FORA DE SÉRIE, MODELOS ESPECIAIS PARA GRANDES INSTALAÇÕES

SÓ IGUAIS AOS MELHORES ESTRANGEIROS

DURAÇÃO ILIMITADA • HIGIÉNICOS
REVESTIDOS DE ISOLAMENTO ESPECIAL
FORNECIDOS COM SIFÃO DE SEGURANÇA
NÃO PARTEM A LOUÇA

À VENDA NAS BOAS CASAS DA ESPECIALIDADE

Empirismo
ou
Exactidão cientifica
+GF+
«A experiência é tudo» esta divisa do velho moldador pertence ao passado.
Sómente ensaios sistemáticos em laboratorio conseguem a exactidão dum conhecimento real da natureza da areia.
Os aparelhos +GF+ para o controle das areias
são a base da elaboração de areias tendo caracteristicas optimas para obter uma superficie impecável nas peças moldadas.
Georges Fischer Sociedade Anónima
Schaffhouse (Suiça)
Telefone: (053) 5 60 31 / 5 70 31
Telescriptor: 52915 geofischer schf

GM 1293/5

Bombas centrífugas «PACIFIC»

Construídas por

Batignolles - Chatillon

Especialmente destinadas para:
- Petróleos
- Indústrias químicas
- Construções navais
- Centrais eléctricas
- Alimentação de caldeiras
- Etc., etc.

Sob as condições de funcionamento seguintes:
- Débitos: 1 m³/h a 10.000 m³/h
- Pressões: altas e baixas
- Temperaturas: −180° C + 500° C
- Líquidos: corrosivos ou não

Para estudos e orçamentos, consultar o representante em Portugal:

CIDEX — Comércio Internacional
e Representações Industriais, Lda.

Av. Casal Ribeiro, 46-2.°/Telef. 73 53 07/LISBOA 1

Pesquisas e captações de água

Sondagens

Rebaixamento de níveis aquíferos

Injecções e consolidações de terrenos

Fundações

Estacas de betão

SONDAGENS E FUNDAÇÕES A. CAVACO, LDA.

R. RODRIGO DA FONSECA, 62, R/C ESQ. — LISBOA-1
— TELEF. 73 35 45 - 5 95 62 - 55 36 73

ELECTRO-ARCO
LIMITADA

●

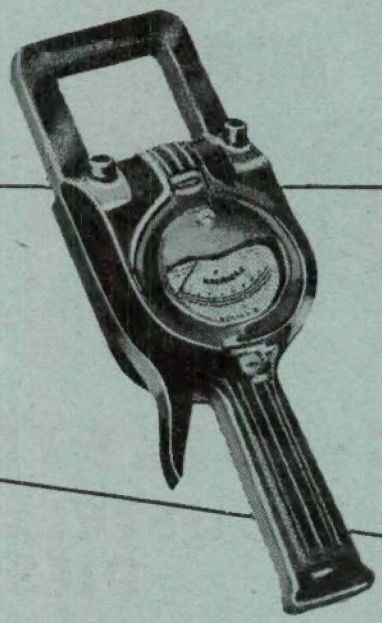
ELECTRODIOS
POSTOS E ACESSORIOS
PARA A SOLDADURA ELECTRICA

●

MATERIAL APROVADO PELO
LLOYD'S REGISTER OF SHIPPING

FÁBRICA E LABORATÓRIOS
VENDA NOVA — AMADORA
LISBOA
RUA SILVA CARVALHO, 239 — TEL 683649
PORTO
RUA DO BOLHÃO, 216 — TEL 21277

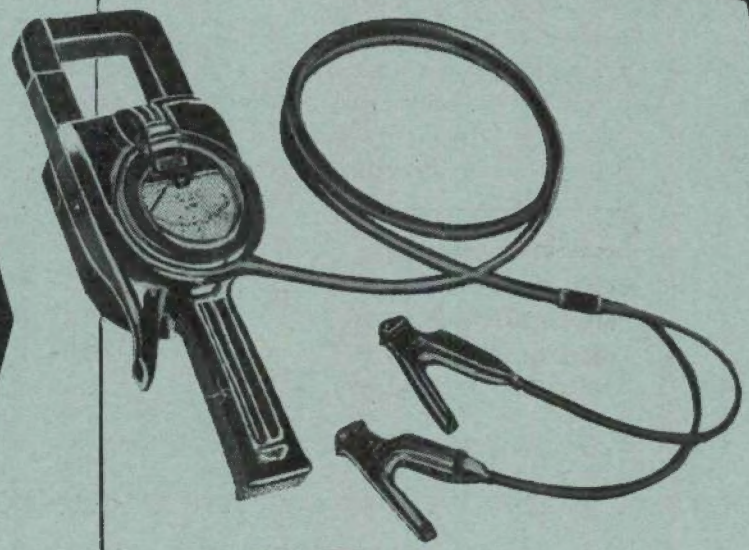
PINÇAS FERRANTI



PINÇAS VOLT—AMPERIMÉTRICAS

7 ESCALAS

EM AMPÈRES	EM VOLTS
0 – 10 AMPS.	0 – 150 V
0 – 25 »	0 – 600 »
0 – 100 »	
0 – 250 »	
0 – 1000 »	



PINÇA WATTIMÉTRICA

7 ESCALAS

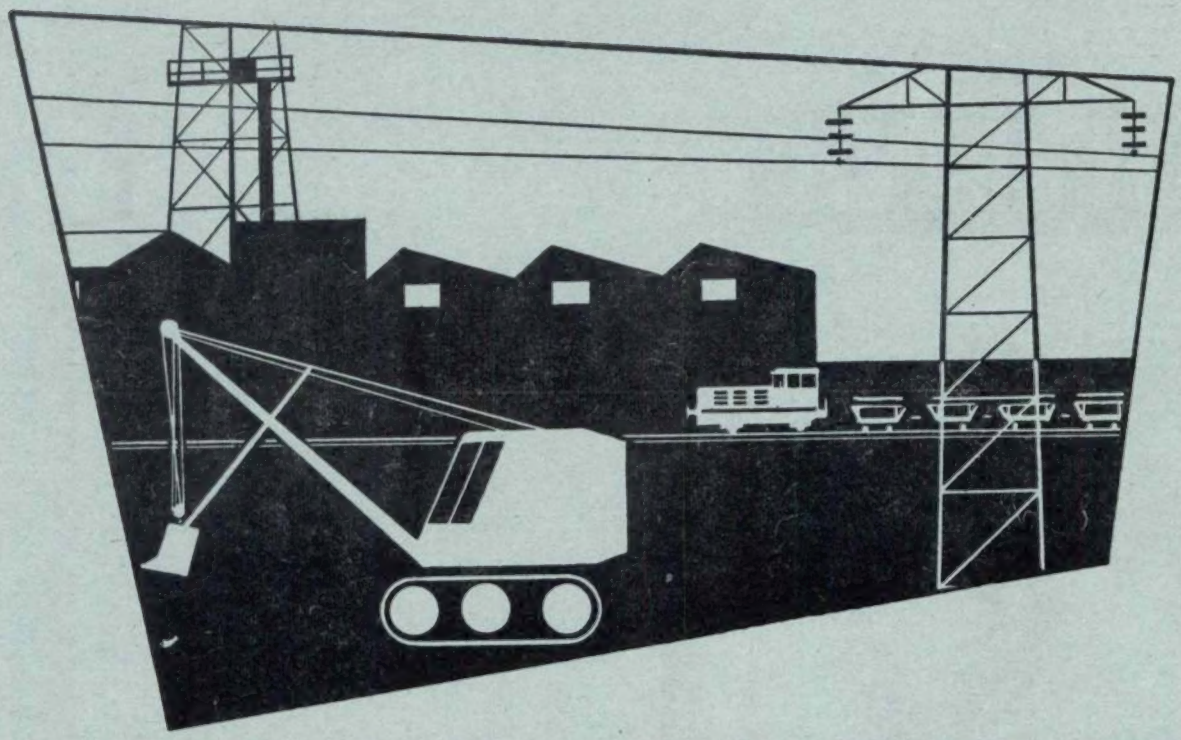
0 – 3 KW
0 – 6 »
0 – 12 »
0 – 30 »
0 – 60 »
0 – 120 »
0 – 300 »

REPRESENTANTES:

C. SANTOS, S. A. R. L.

29, AVENIDA DA LIBERDADE, 41 — LISBOA

DIVISÃO MARÍTIMA E INDUSTRIAL
AVENIDA DA LIBERDADE, 29-41 — LISBOA
160, RUA STA. CATARINA, 168 — PORTO



MERCEDES-BENZ

MOTORES INDUSTRIAIS DIESEL

MOTORES PARA TODAS AS APLICAÇÕES INDUSTRIAIS
FAMOSOS EM TODO O MUNDO PELA SUA GRANDE ROBUSTÊS, ECONOMIA
DE CONSUMO E FACILIDADE DE MANUTENÇÃO
MODELOS DESDE 15 A 2.500 H. P.

EM ARMAZÉM:

MODELO M B 841 B	25 H. P. — 1.000 R. P. M.
MODELO M 202 B	55 H. P. — 1.200 R. P. M.
MODELO M 203 B	90 H. P. — 1.200 R. P. M.
MODELO M 204 B	120 H. P. — 1.200 R. P. M.

OUTROS MODELOS PARA ENTREGA MUITO RÁPIDA

MOTORES A 4 TEMPOS · ARREFECIMENTO POR ÁGUA
ARRANQUE A AR COMPRIMIDO OU ELÉCTRICO

REPRESENTANTES C. SANTOS, S. A. R. L. — DIVISÃO MARÍTIMA E INDUSTRIAL

29, AV. DA LIBERDADE, 41 — LISBOA
160, R. DE S.TA CATARINA, 168 — PORTO

QUALQUER EXCURSÃO À VOLTA DO MUNDO COMEÇA NO EDIFÍCIO DA ITT EM NOVA IORQUE

Porque não dar uma vista de olhos ao nosso planeta a partir de outro ângulo?

Para tal é preciso ir onde haja explorações diárias dos polos ao fundo do mar. E isso só no Edifício da ITT em Nova Iorque.

Aí a ITT prossegue nessa tarefa com a colaboração das suas fábricas espalhadas em mais de 50 países do mundo, nas quais mais de 150 000 pessoas dão o melhor do seu esforço para conseguir novas técnicas e novos processos. Mas que género de trabalho é esse? São as telecomunicações e a electrónica. Na ânsia de um mundo melhor e unido os homens procuram ligar-se, entender-se, comunicar. E as companhias da ITT fornecem esse meio. Conquanto que cada fábrica produza vários tipos de materiais, há, todavia, um ou outro produto especial que abastece todas as fábricas do Sistema.

Assim, em Lisboa fabricam-se radiossondas e emissores de comunicações SSB; em Madrid, cabos e telefones; em Paris, equipamentos de telecomunicações troposféricas e centrais telefónicas; em Viena, intercomunicadores; em Antuérpia, sistemas de tubos pneumáticos para rápido transporte de correspondência; em Copenhague, equipamentos radiomarítimos; em Estugarda, Alemanha, equipamentos para navegação aérea e transmissores; em Milão, equipamentos de microssondas; em Oslo, frigoríficos, fios e cabos; em Estocolmo, equipamentos telefónicos variados; em Zurique, componentes; em Croydon, Inglaterra, teleimpressoras; em Londres, cabos submarinos e receptores de rádio e TV; em Chicago, equipamento militar; em Buenos Aires, rádio e TV; no Rio de Janeiro, electro-domésticos; na cidade do México e no Chile, aparelhos telefónicos, etc. Muitas outras companhias estão espalhadas pela África, Japão, Austrália, etc.

A *Standard Electrica, SARL*

É UMA ASSOCIADA DA **ITT**

O EMPREGO DO CIMENTO BRANCO...

permite acabamentos mais perfeitos, mais duradouros e muito mais económicos

Estude a vantagem do emprego do

CIMENTO BRANCO LUSO

Consulte os distribuidores gerais

No Sul: **SCIAL** — T. do Corpo Santo, 15 — Telef. 66 61 86 — Lisboa
No Norte: **SCIAL** — R. do Bonjardim, 205 — Telef. 2 5779 — Porto

CAVAN

SOCIEDADE PORTUGUESA

✱

POSTES DE BETÃO PARA LINHAS ELÉCTRICAS
MOSAICOS E AZULEJOS

COLUNAS PARA ILUMINAÇÃO PÚBLICA
MANILHAS PARA ESGOTOS

✱

RUA D. ESTEFÂNIA, 94-A
TELEF. 47812-50129
LISBOA

Como o ALATHON® E/VA ajuda os moldadores de plásticos a entrar em novos mercados lucrativos

Peças em borracha podem agora ser produzidas em equipamento convencional de processar plásticos com resinas copolímeras ALATHON E/VA de etileno e acetato de vinilo. As resinas ALATHON E/VA possuem a resiliência e a resistência à flexão repetida da borracha e de outros materiais plásticos flexíveis *sem quaisquer problemas de migração, pois não contém nenhum plastificante.*

As resinas ALATHON E/VA são também fáceis de moldar por sopro, de injectar, de exturdir ou de moldar por vácuo. A rapidez dos ciclos nestas operações oferece ainda duas vantagens importantes: *economia de tempo e custo.*

Outras características: tenacidade a baixas temperaturas, fácil aceitação de cargas e fácil mistura com outros materiais termoplásticos.

O ALATHON E/VA tem um lugar importante na vossa gama de materiais de moldação.

® *Marca registada da Du Pont*

DU PONT

REG U S PAT OFF

Coisas melhores para viver melhor

.... graças à Química

Consulte os Serviços Técnicos do

DISTRIBUIDOR EM PORTUGAL

ANJOS PEREIRA & C.ª, L.DA

Rua D. João V, n.º 2, 3.º

Teleg. STAC **LISBOA** **Tel. 68 41 41**

Celulite

ISOLAMENTO
TÉRMICO DAS
CONSTRUÇÕES

PAVIMENTOS
*
TECTOS
*
PAREDES
*
CÂMARAS
FRIGORÍFICAS
*
ISOLAMENTOS
INDUSTRIAIS

Terraços e pavimentos isolados com CELULITE no edifício da Comp.ª de Seguros Fidelidade — P. das Águas Livres — Lisboa

SETH, LDA. • RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.° • TEL. 73 01 56 — LISBOA

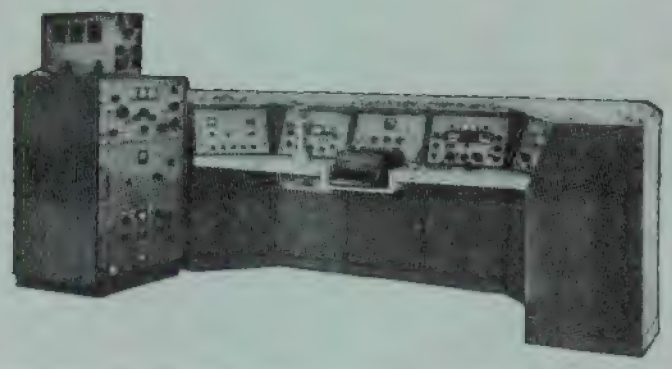
Para impermeabilizar terraços,
paredes, fundações, etc.

COLAGEM DE
TACOS DE MADEIRA

TELEF. 73 0156 TELEG. EPALDA — LISBOA

EMPREZA DE PRODUCTOS ASFÁLTICOS
IMPERMEABILISADOR
IMEPA
RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.° - LISBOA

FÁBRICA EM SACAVÉM

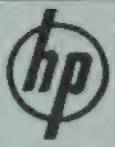


Comunicações

equipamentos
e sistemas completos

- Cuidadosamente projectados
- Amplamente experimentados
- Completamente integrados

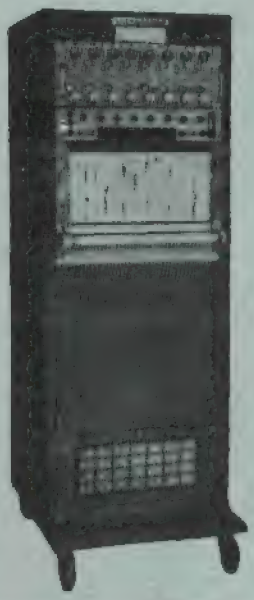
THE TECHNICAL MATERIEL CORPORATION

HEWLETT  **PACKARD**

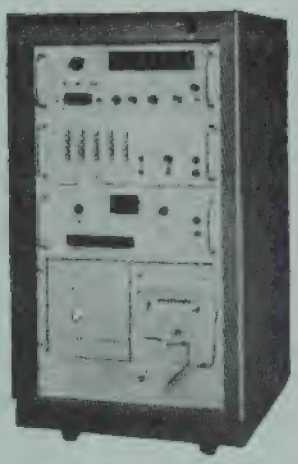
aparelhagem electrónica de medida e registo

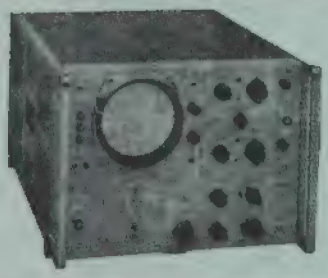
Osciloscópios, Oscilógrafos, Voltímetros electrónicos, Geradores de sinal, Contadores electrónicos, Registadores digitais, Fontes de alimentação

Registador Sanborn



Registador digital Dymec





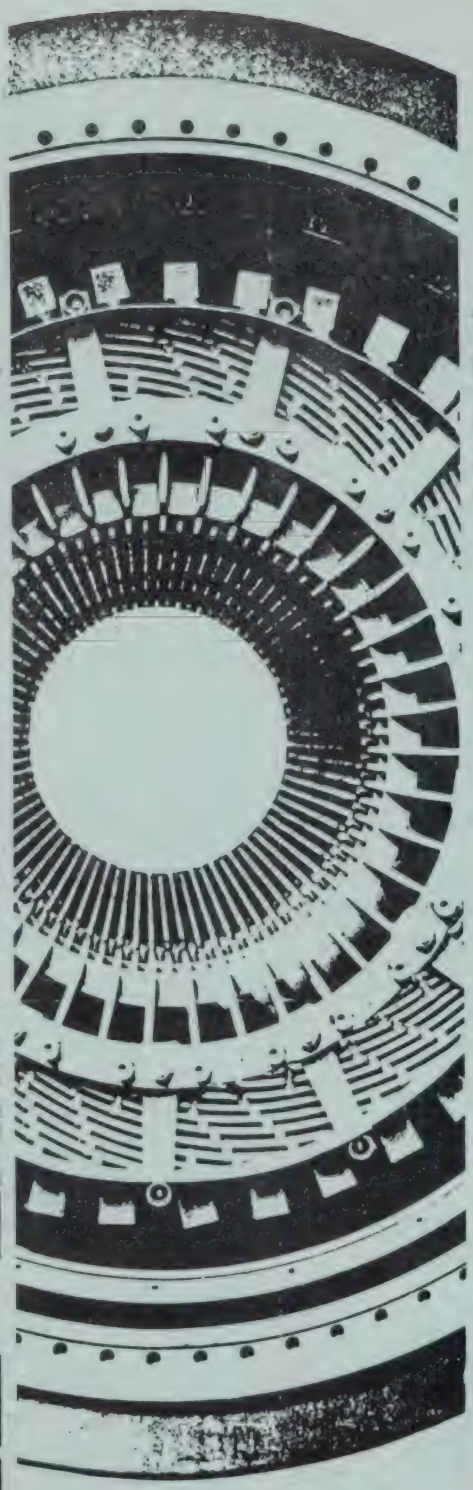
Osciloscópio HP

Contador Electrónico HP

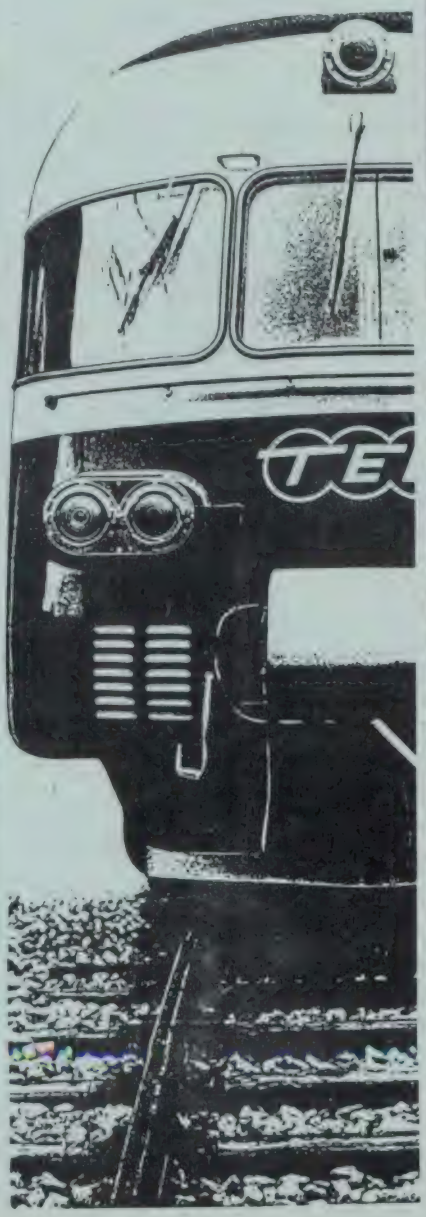
TELECTRA EMPRESA TECNICA DE EQUIPAMENTOS ELECTRICOS, S.A.R.L.

Oerlikon

na vanguarda em maquinaria eléctrica pesada, aparelhos, transformadores e equipamentos de tracção



Ateliers de Construction Oerlikon Zurich/Suiça



Companhias associadas em toda a parte do mundo

Em Portugal e Ultramar:
Soc. Mich. de Vasconcellos Lda.
Lisboa e Porto

técnica

NUMERO 353 * DEZEMBRO DE 1965 * ANO XL * VOL. XXVIII * DIRECTOR: ASSIS FARINHA MARTINS

C. D. U. 536 — 33

TERMOESTÁTICA

por A. GOUVÊA PORTELA
Prof. I. S. T.

RESUMO

Este artigo reformula a axiomática da Termoestática e introduz a aplicação dos métodos de Programação (nomeadamente linear) a resolução de problemas termoestáticos.

SYNOPSIS

This article reformulates the axiomatique of the Thermostatic and introduces the application of Programation Methods (ex. grat. linear Programation) to the solution of Thermostatics Problems.

0 — INTRODUÇÃO

Como toda a Teoria Física, a Termoestática consente várias axiomáticas.

Nem sempre a axiomática proposta inicialmente é a mais conveniente e, com o decorrer do tempo, surgem outras formas de apresentar as bases duma teoria que conferem a esta um renovado interesse.

O objectivo desta nota é justamente sugerir uma axiomática para a Termoestática que parece possuir certas vantagens que submetemos ao julgamento dos interessados nestas questões.

Por maior consistência que se deseje dar a uma teoria, há sempre um certo número de termos cujo sentido subjectivo se supõe conhecido, assim vamos supor dominados os conceitos correspondentes a vocábulos, tais como: universo, espaço no sentido Topológico, contorno ou fronteira, conexão, referencial, estacionário, etc.

1 — APRESENTAÇÃO DA TEORIA

Sistema Termoestático é toda a parcela finita do Universo delimitada por um contorno fechado constituindo este uma figura geométrica conexa no espaço Euclideano e satisfazendo às seguintes propriedades:

a) A fronteira tem propriedades invariantes no tempo.

b) O Sistema está contido nessa fronteira há ∞ tempo.

c) O Sistema (S) é por seu turno uma topologia (anel) com as seguintes propriedades estruturais internas (organização):

S é mensurável e tem pelo menos $(n+1)$ medidas finitas μ, todas completamente aditivas.

d) Existe um número n inteiro e finito de medidas independentes μ_i $(i = 1, \dots n)$ que dum modo completo caracterizam o sistema S.

e) Entre as medidas μ de S existe uma também completamente aditiva que designaremos por *energia interna* U que tem a propriedade de tomar o valor mínimo compatível com as condições impostas pela fronteira. U é um escalar.

* * *

Embora a axiomática de um sistema lógico não necessite formalmente de justificação, contudo, para que tenha interesse físico, é usual e conveniente apresentar uma interpretação ou tradução em metalinguagem a fim de mostrar que há na Natureza sistemas reais cujo comportamento se aproxima razoàvelmente do modelo formal apresentado.

Neste sentido apresentamos, a seguir, esclarecimentos e justificações dos axiomas escolhidos:

— *As proposições a) e b)* garantem que o sistema Termoestático isolado na fronteira atingiu um *estado estável* no sentido macroscópico.

Deste modo todos os fenómenos de relaxação e de histeresis se supõem completados e a invariância das propriedades da fronteira elimina o ruído do universo circundante que, para todos os efeitos, tem as propriedades da fronteira.

— *A proposição c)* é fundamental porque postula a existência de medidas para S dum certo tipo e caracteriza essas medidas com a propriedade da sua somabilidade. Isto é:

Se A e B forem dois conjuntos satisfazendo a: $\begin{cases} A,\ B \in S \\ \text{e} \begin{cases} A \cap B \equiv O \\ A \cup B \in S \end{cases} \end{cases}$

então $\mu\ (A \cup B) = \mu\ (A) + \mu\ (B)$

e ainda

Se for dado uma série numerável de conjuntos, E_r, disjuntos dois a dois então:

$$\mu \sum_r E_r = \sum_r \mu\ (E_r)$$

$$\text{com} \begin{cases} E_r \in S & r = 1, \ldots \\ E_r \cap E_k \equiv O & r \neq k \\ E_r \cup E_k \cup E_c \ldots & \in S \end{cases}$$

— *A Proposição d)* tem o mérito de tornar finito o número de medidas macroscópicas a efectuar no sistema termoestático para o caracterizar completamente sob o ponto de vista termoestático.

Note-se que se não indica quantas são essas medidas.

O número de medidas dependerá do problema a resolver e da precisão desejada e caberá ao físico escolher essas medidas; ùnicamente se postula que esse número é finito.

As proposições referidas até aqui (a, b, c e d) permitem extrair algumas consequências que que convém explorar desde já para boa inteligência do que se segue.

Qualquer medida μ_o de S satisfazendo a c) que não esteja incluída no número das n medidas μ_i consideradas independentes é uma função das n medidas μ_i

$$\mu_o = \varphi_o\ (\mu_1 \ldots \mu_n)$$

Tendo em vista a proposição d), φ_o será uma função homogénea de 1.ª ordem de $\mu_1 \ldots \mu_n$, e contínua no ponto considerado se μ_o for completamente aditivo.

Esta propriedade resulta de se ter postulado que as medidas μ são completamente aditivas, o que implica que o conjunto dos pontos de descontinuidade tenha medida nula.

A partir das medidas $\mu_0, \mu_1 \ldots \mu_n$ todas completamente aditivas, sendo n independentes, pode construir-se um espaço de representação E_{n+1} (eixos rectilíneos ortogonais, centrado e afim).

Nesse espaço pode ser representada a hipersuperfície $\mu_0 = \varphi_0 (\mu_1 \ldots \mu_n)$ onde estarão situados todos os pontos que correspondem aos estados atingíveis pelo sistema termoestático.

Também nesse referêncial será possível representar quaisquer *constrangimentos* de forma $\Theta_k (\mu_0, \mu_1, \ldots \mu_n) \gtreqless 0$.

Estes hiperespaços de constrangimento da forma $\theta_k (\mu_0, \mu_1, \ldots \mu_n) \lesseqgtr 0$ interceptarão a hipersufície $\mu_0 = \varphi_0 (\mu_1 \ldots \mu_n)$, restringindo o domínio de existência dos pontos representativos do estado do sistema.

A proposição e) tem a função de fornecer um *critério* para verificar se determinado estado representado por um ponto no referencial E_n é ou não *estável*.

Assim o ponto P satisfazendo à hipersufície $U = U (\mu_1 \ldots \mu_n)$ e a todos os contrangimentos de forma $\Theta_k (\mu_0, \mu_1 \ldots \mu_n) \lesseqgtr 0$, e que se admitem compatíveis para que P tenha existência, não fica bem determinado, em geral.

Com efeito, a menos que os constrangimentos definam o ponto duma forma unívoca, em geral, o que se verifica é a existência de um domínio e só um *critério adicional* permitirá escolher um ponto nesse domínio.

A função da proposição e) é precisamente fornecer esse critério, o qual se formula desta forma simples: *U será mínimo*. Se só existir um ponto que minimize U e for esse o ponto que representa o estado do sistema então esse estado é *estável*.

Em resumo, toda a termoestática se reduz a um problema de max e min condicionados, ou seja a um problema de *programação não linear*, o qual consiste em procurar num domínio delimitado um ponto que optimise determinada função desse ponto.

2 — EXPLORAÇÃO DO SISTEMA LÓGICO

Uma vez que a axiomática da teoria foi apresentado e sumàriamente interpretada, convém passar à sua exploração.

Para o efeito abordaremos três temas

Conceito de matriz de rigidez
Espaço $_{2n+1}$
Conceito de entropia

2.1 — Conceito de matriz de rigidez

Embora o referencial de representação seja um E_n (ortogonal, centrado), nem por isso deixa de ter interesse caracterizar a variância das grandezas intervenientes.

Assim todos os μ_i são ou escalares ou afinores contravariantes.

A energia interna U é um escalar e tem as dimensões de uma energia. Porque U é uma função contínua de $\mu_1 \ldots \mu_n$ será ainda:

$$dU = \sum_i \frac{\partial U}{\partial \mu_i} d\mu_i$$

designaremos por $\pi_i = \dfrac{\partial U}{\partial \mu_i}$ e π_i será ainda uma função contínua de $\mu_1 \ldots \mu_n$, porém π_i é uma função homogénea de *grau zero* pois é uma relação de duas medidas que gozam da propriedade de somabi-

lidade, porém π_i *não* goza dessa propriedade. Se designarmos as variáveis μ_i de *extensivas*, as variáveis π_i tomarão o nome de *intensivas*. A expressão de dU pode ainda escrever-se

$$\underset{(1,\,n)}{dU} = \underset{(n,\,1)}{[\pi_i] \,.\, [d\,\mu_i]}$$

Porque π_i é uma função de $\mu_1 \ldots \mu_n$ será

$$d\,\pi_i = \sum_k \frac{\partial\,\pi_i}{\partial\,\mu_k} \,.\, d\,\mu_k = \sum_k \frac{\partial^2 U}{\partial\,\mu_i\,\partial\,\mu_k} \,.\, d\,\mu_k$$

e

$$\underset{(n,\,1)}{[d\,\pi_i]} = \underset{(n,\,n)}{\left[\frac{\partial\,\pi_i}{\partial\,\mu_k}\right]} \,.\, \underset{(n,\,1)}{[d\,\mu_k]} = \left[\frac{\partial^2 U}{\partial\,\mu_i\,\partial\,\mu_k}\right] \,.\, [d\,\mu_k]$$

$\dfrac{\partial\,\pi_i}{\partial\,\mu_k}$ será ainda uma função contínua de $\mu_1 \ldots \mu_n$. $\left[\dfrac{\partial\,\pi_i}{\partial\,\mu_k}\right]$ tem o nome de *matriz de rigidez.*

Esta matriz rigidez $\left[\dfrac{\partial\,\pi_i}{\partial\,\mu_k}\right]$ pode ser invertida parcial ou totalmente, permutando a posição das variáveis $d\,\mu_i$ com as $d\,\pi_i$.

Em cada ponto, representativo dum estado estável, a matriz de rigidez converte-se numa matriz numérica.

A circunstância de U ser contínuo arrasta a igualdade : $\dfrac{\partial^2 U}{\partial\,\mu_i\,\partial\,\mu_k} = \dfrac{\partial^2 U}{\partial\,\mu_k\,\partial\,\mu_i}$ e daí resulta que a matriz de rigidez é *simétrica.*

Finalmente. $\left[\dfrac{\partial\,\pi_i}{\partial\,\mu_k}\right]^{-1}$ tem a designação de *matriz de elasticidade.*

Note-se que toda a teoria de elasticidade se propõe por meio de uma matriz de rigidez de forma

$$[T] = [M] \,.\, [S]$$

onde

[S] representa o tensor de deformação
[T] representa o vector de deformação
[M] representa a matriz de rigidez

2.2 — Espaço E_{2n+1}

A introdução das variáveis π_i (intensivas) vai permitir a representação do sistema termoestático S num referencial mais amplo com 2n + 1 dimensões.

As coordenadas serão agora U, $\mu_1 \ldots \mu_n$, $\pi_1 \ldots \pi_n$. O hiperespaço termoestático correspondente à Superfície Termoestática será representado neste referencial por:

$$\text{e} \left\{ \begin{array}{l} U = U\,(\mu_1 \ldots \mu_n\,,\, \pi_1 \ldots \pi_n) \\ \pi_i = \pi_i\,(\mu_1 \ldots \mu_n\,,\, \pi_1 \ldots \pi_n) \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} n + 1 \\ \text{equações} \end{array}$$

$$i = 1, \ldots n$$

Os constrangimentos, em número de *m*, tomam a forma seguinte:

$$\theta_k\,(\mu_1 \ldots \mu_n\,,\, \pi_1 \ldots \pi_n) \gtreqless 0$$

$$K = 1, \ldots m$$

Note-se que o número de graus de liberdade do Sistema Termoestático não constrangido continua a ser $n = (2n + 1) - (n + 1)$, como não podia deixar de se verificar uma vez que se postulou ser n o número de variáveis independentes.

De novo o problema da estabilidade dos sistemas termoestáticos se formula extremando (minimizando) a função U, condicionado a n constrangimentos π_i e m constrangimentos S_k, o que corresponde a um problema de max. e min. condicionados ou ainda a uma programação não linear.

2.3 — Conceito de entropia

Em termodinâmica (irreversível) a entropia desempenha uma função primordial.

Contudo na axiomática da termoestática o papel da entropia é mais modesto.

Com efeito, a circunstância de se ter imposto que o número de medidas a efectuar ao sistema termodinâmico deve ser finito (n) resulta que é necessário apurar quais as medidas μ_i (variáveis extensíveis) que influem no sistema o que pode experimentalmente determinar-se procurando estabelecer as diferenciais $\frac{\partial U}{\partial \mu_i} = \pi_i$.

A natureza do problema vai permitir arrolar assim quais as variáveis μ_i que possuem uma correlação significativa com U.

Mas a circunstância de ser pràticamente ∞ (e não finito como se postulou) o número de variáveis influentes em U é formalmente necessário acrescentar mais uma medida (que designaremos por μ_n) que representa a totalidade da interacção restante, não expressamente contida nos parâmetros $\mu_1 \ldots \mu_{n-1}$.

Assim haverá $(n-1)$ medidas μ_i mo~~n~~oscópicas mensuráveis experimentalmente e mais uma medida μ_n não mensurável directamente à qual corresponderá uma propriedade intensiva $\frac{\partial U}{\partial \mu_n}$ e que é responsável pelo trabalho $\pi_n \, d\mu_n$ que representa a energia não contabilizada no somatório $\sum_{i=1}^{n-1} \pi_i \, d\mu_i$.

A esta medida μ_n dá-se o nome de *entropia*, a π_n o de *temperatura* e a $\pi_n \, d\mu_n$, com a grandeza de uma energia, a designação de *calor*.

A circunstância de ser possível conceber deslocamentos do Ponto $P(\mu_1 \ldots \mu_n)$ a $d\mu_n = 0$, aos quais correspondem energias $\pi_n \, d\mu_n = 0$, não invalida a asserção feita, porque para o sistema lógico ser consistente é necessário que seja aplicável mesmo que $d\mu_n \neq 0$.

Dada a liberdade de escolha que dispomos quanto a μ_n e π_n poderemos impor que $\pi_n > 0$.

Em resumo, poder-se-á escrever:

$$dU = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial U}{\partial \mu_i} d\mu_i + \frac{\partial U}{\partial \mu_n} \cdot d\mu_n$$

ou numa simbologia mais corrente

$$dU = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial U}{\partial \mu_i} \cdot d\mu_i + T dS$$

Este modo de proceder é frequente em física. Um número suficiente de experiências foram feitas sobre um sistema dado, foram oferecidas, à priori, um certo número de variáveis consideradas influentes no sistema, procuraram-se correlações entre a função (U) e essas variáveis μ_i e assim se determinaram os coeficientes de influência $\frac{\partial U}{\partial \mu_i}$, $(i = 1, \ldots n-1)$.

Porém ficou no fim um resto. Então é legítimo oferecer mais uma variável μ_n que já se não pode medir directamente mas que é tornada responsável pela interacção restante.

Deste modo, é possível representar o estado do sistema num referencial com (n + 1) dimensões, por um ponto situado numa superfície bem determinada.

Para concluir tem interesse chamar a atenção de que, nos sistemas termoestáticos no estado estável, a circunstância de U ser mínimo implica ser $\mu_n = S$ máximo.

Com efeito,

$\sum_{i=1}^{n-1} \pi_i \, \delta\mu$ representa a energia correspondente à totalidade dos parâmetros extensivos mensuráveis experimentalmente e é bem determinada para cada deslocamento virtual δP do ponto P $(\mu_1 \dots \mu_n)$ situado na superfície termoestática e sujeito aos contrangimentos impostos.

Donde $\delta U - T\delta S = \sum_{i=1}^{n-1} \pi_i \, \delta\mu_i$ e o segundo membro é bem determinado para cada deslocamento δP e porque $T > 0$ (por hipótese), e $\delta U < 0$ (se u for minímo), terá de ser $\delta S < 0$ (ou S máximo), conforme se considerou $U = U(\mu_1 \dots \mu_{n-1}, S)$ ou $S = S(\mu_1 \dots \mu_{n-1} U)$.

3 — APLICAÇÃO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

Nos capítulos anteriores foi mostrado como os problemas de termoestática se reduzem ao da *programação não linear*. Infelizmente não há um método universal de resolver problemas deste tipo mas em contrapartida há métodos perfeitamente explorados para tratar a «programação linear». Vejamos em que condições é possível e legítimo aplicar este segundo método.

Se a vizinhança explorada em torno do ponto (no espaço de representação) é relativamente reduzida é, em geral, legitímo:

— linearizar $U = \varphi(\mu_1 \dots \mu_n, \pi_1 \dots \pi_n)$

— considerar a matriz $\left[\frac{\partial \pi_i}{\partial x_j}\right]$ como tendo elementos constantes.

— linearizar o sistema de equações: $P_k(\mu_1 \dots \mu_n, \pi_1 \dots \pi_n) \left(\gtreqless\right) 0$

Então, a aplicação da programação linear é possível e não oferece dificuldades e propõe-se da forma seguinte:

Sendo dado o sistema de constrangimentos lineares seguinte:

$$\begin{cases} [\delta \pi_i] = \left[\frac{\partial \pi_i}{\partial \mu_k}\right] . [\delta \mu_k] \\ 0 = \left[\frac{\partial S_k}{\partial \mu_i}\right] . [\delta \mu_i] + \left[\frac{\partial S_k}{\partial \pi_i}\right] [\delta \pi_i] \end{cases}$$

minimizar a *função critério* (também linear) seguinte:

$$\delta U = \left[\frac{\partial U}{\partial \mu_i}\right] . [\delta \mu_i] + \left[\frac{\partial U}{\partial \pi_i}\right] . [\delta \pi_i]$$

Sendo todos os deslocamentos a partir de um Ponto P de equilíbrio tomado para ponto de partida.

Note-se que antes de aplicar o método ter-se-ia que averiguar se o poliedro formado por todos os hiperplanos era convexo, bem como outros cuidados formais, que aqui não nos referimos expressamente.

4 — INTERESSE DO MÉTODO

As condições de fronteira que era usual impor aos sistemas termoestáticos consistiam tradicionalmente nos seguintes tipos :

ou $\quad d\,\mu_i = 0$

ou $\quad d\,\pi_i = 0$

Isto é, ou se impunham a P deslocamentos a volume, entropia, componente (i), *constantes* ou a pressão, temperatura, potencial químico, *constantes*.

Nestas condições não há interesse em recorrer ao método de programação linear, pois que bastava estudar a matriz de rigidez ou a sua inversa (parcial ou total) para concluir da estabilidade do sistema.

É também clássico o emprego da transformada de Lagrange-Legendre da função U ou S, tais como a entalpia, função Gibbs, funções de Massieu, para estudar estes casos, que correspondem a inverter parcial ou totalmente as matrizes de rigidez ou de elasticidade.

Mas se as condições de fronteira se apresentarem sob formas mais complexas, como:

$$\begin{cases} 3\,U - 2\,p = S \\ \alpha,\,T + K_2\,P - U < 0 \\ P > 3 \end{cases}$$

Então só o formalismo da programação linear tem potência para resolver esta classe de problemas.

Pergunta-se, mas haverá casos reais em que tal suceda?

A automação com as suas múltiplas e variadas aplicações ao controle de processos e máquinas impõe condições que já se não descrevem simplesmente por formas tais como $d\,\mu_i = 0$ ou $d\,\pi_i = 0$, então tem completo e cabal cabimento o emprego de programação linear.

REFERÊNCIAS: Measure Theory — Halmos.

C. D. U. 621.311.5/91

ELEMENTOS SOBRE A PRODUÇÃO E O CONSUMO DE ENERGIA NA REDE ELÉCTRICA NACIONAL (*)

I — Breve nota mensal

Durante as 3 semanas iniciais de Setembro pràticamente não choveu, pelo que as afluências desse período vieram a reflectir, como seria de esperar, o natural prolongamento do regime estival anterior, o qual já apresentava carácter de extrema secura. Na última semana de Setembro, porém, a ocorrência de apreciáveis precipitações ocasionou uma subida de afluências de certo modo sensível, sobretudo nos últimos dias do mês.

As afluências dos primeiros 20 dias de Setembro (apenas 48 GWh) correspondem a um regime em tudo idêntico ao de Agosto (73 GWh). Nos últimos 10 dias do mês as afluências atingiram 81 GWh dos quais cerca de 50 GWh concentrados nos últimos 3 dias. A afluência global do mês de Setembro perdeu assim o seu carácter extremo muito embora se tivesse mantido ainda na zona dos regimes desfavoráveis.

O coeficiente de produtibilidade hidroeléctrica foi apenas de 0,70, tendo as respectivas afluências uma probabilidade de serem excedidas da ordem dos 91 %.

II — Elementos gerais

Acumulados desde 1 de Janeiro

	GWh 1964	GWh 1965	Variação %
Produção hidráulica (P_h) . . .	3244,5	2561,5	— 21
Produção térmica (P_t)	111,3	380,9	+ 242
Produção total (P_T)	3355,8	2942,4	— 12
Energia recebida de empresas não pertencentes ao RNC (E_r)	20,5	15,6	— 24
Exportações (Ex)	36,5	3,4	— 91
Importações (I)	0,1	439,3	—
Saldo importador (S_I)	—36,4	+435,9	—
Consumo em bombagem (C_D)(1)	—	6,8	—
Produção para consumos perman. (P_{cp}) (2)	2679,4	3046,8	(4) + 13,7
Produção para consumos não perman. (P_{cnp}) (3)	660,5	340,3	— 48
Total	3339,9	3393,9	+ 2
Coeficiente de hidraulicidade	1,12	0,68	—

NOTAS

(1) Energia consumida em bombagem para armazenamento na Albufeira do Alto Rabagão.

(2) A produção para consumos permanentes (P_{cp}) é determinada pela seguinte expressão: $P_{cp} = P_T + E_r + S_i - C_b - P_{cnp}$

(3) Consideram-se consumos não permanentes, os indicados em 4.2.

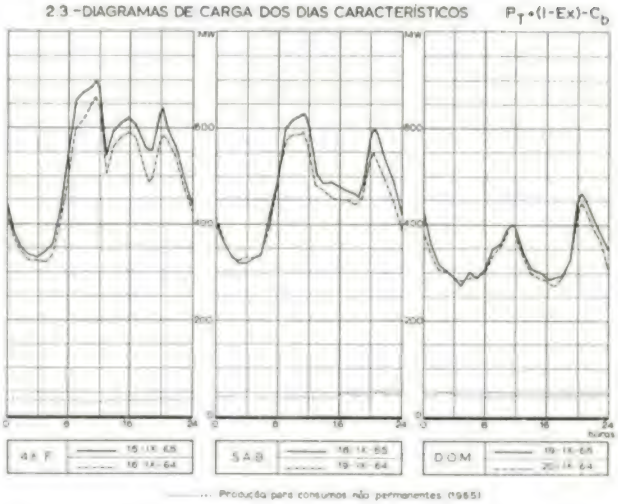
(4) O aumento percentual de produção para consumos permanentes, tendo em conta a incidência dos domingos e dias especiais, é respectivamente de 11,0 % e 14,3 %.

III — Diagramas de carga dos dias característicos

			4.ª feira: 1964	4.ª feira: 1965
Produção hidráulica		(P_h) MWh	11103	8952
Produção térmica		(P_t) MWh	1030	2260
Produção total		(P_T) MWh	12133	11212
Trocas com Espanha	Export.	(Ex) MWh	0	15
	Import.	(I) MWh	0	1710
Consum em bomb. hidroel.		(C_b) MWh	0	0
Prod. para cons. perm.		(P_{cp}) MWh	10847	12135
Prod. para cons. não perm.		(P_{cnp}) MWh	1286	772
TOTAL		$P_T + (I-Ex)$ MWh	12133	12907
Características dos diagramas	$P_T + (I-Ex)$	Potência máx. MW	661	699
		Potência mín. MW	319	333
		Utiliz. da ponta horas	18,4	18,5
		Factor de carga	0,76	0,77
	P_{cp}	Potência máx. MW	603	670
		Potência mín. MW	258	301
		Utiliz. da ponta horas	18,0	18,1
		Factor de carga	0,75	0,75

SETEMBRO

2.3 - DIAGRAMAS DE CARGA DOS DIAS CARACTERÍSTICOS $P_T+(I-Ex)-C_b$



IV — Energia armazenada nas principais albufeiras

Albufeiras:	No fim do mês: GWh	No fim do mês: % (1)
Alto Rabagão	105,5	10,8
Paradela	0,0	0,0
Venda Nova	92,3	72,1
Salamonde	26,7	96,7
Caniçada	31,1	94,0
Vilar	11,6	12,5
Cabril	110,5	32,6
Castelo do Bode	76,2	46,7
Guilhofrei	5,3	63,9
Lagoa Comprida	1,5 (2)	0,0
Santa Luzia	34,0	55,2
Pracana	3,4	26,4
Póvoa	2,4 (3)	20,2
Total { com A. Rabagão . . .	500,5	23,7
Total { sem A. Rabagão . . .	395,0	34,8

NOTAS

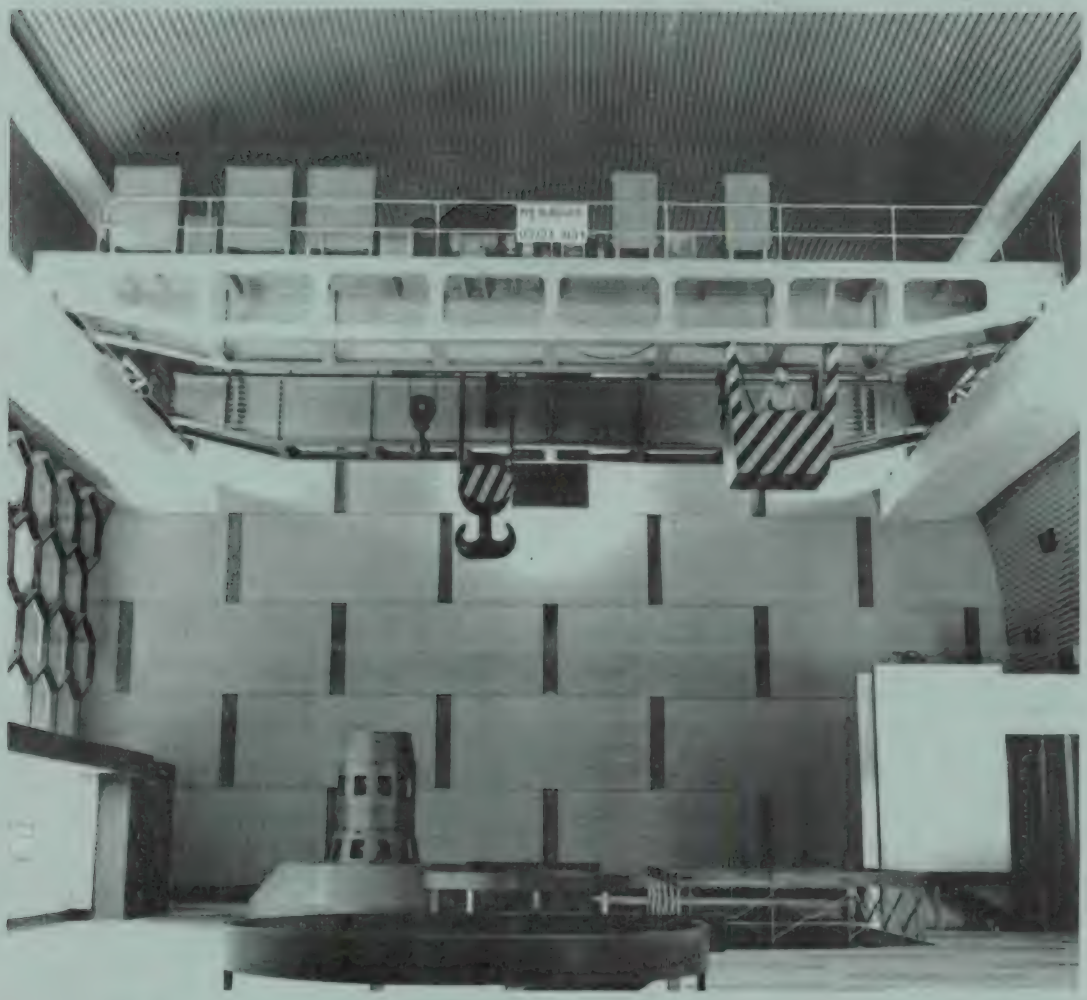
(1) Coeficiente de enchimento em energia das albufeiras.

(2) Inclui 1,3 GWh armazenados em Vale do Rossim no início do mês e 1,5 GWh no fim do mês.

(3) Inclui 0,3 GWh armazenados no açude do Poio no início do mês e 0,3 GWh no fim do mês.

(*) *Elementos extraídos das estatísticas mensais do Repartidor Nacional de Cargas (R. N. C.). As produções e os consumos das empresas do R. N. C. representam cerca de 94 % dos totais do País.*

MAGUE



Ponte rolante eléctrica de 100 t - 10 t/14,2 m, em serviço na central subterrânea de Alto Rabagão.

PONTES ROLANTES, GUINDASTES E APAR. DE ELEVAÇÃO ESPECIAIS — *Projecto e fabrico*

TURBINAS HIDRÁULICAS — *Fabrico segundo licença de A. C. M. de Vevey, S. A.*

TURBINAS A VAPOR — *Fabrico segundo licença de Brown Boveri, Cie.*

CALDEIRAS A VAPOR — *Projecto e fabrico segundo licença de Foster Wheeler, Co.*

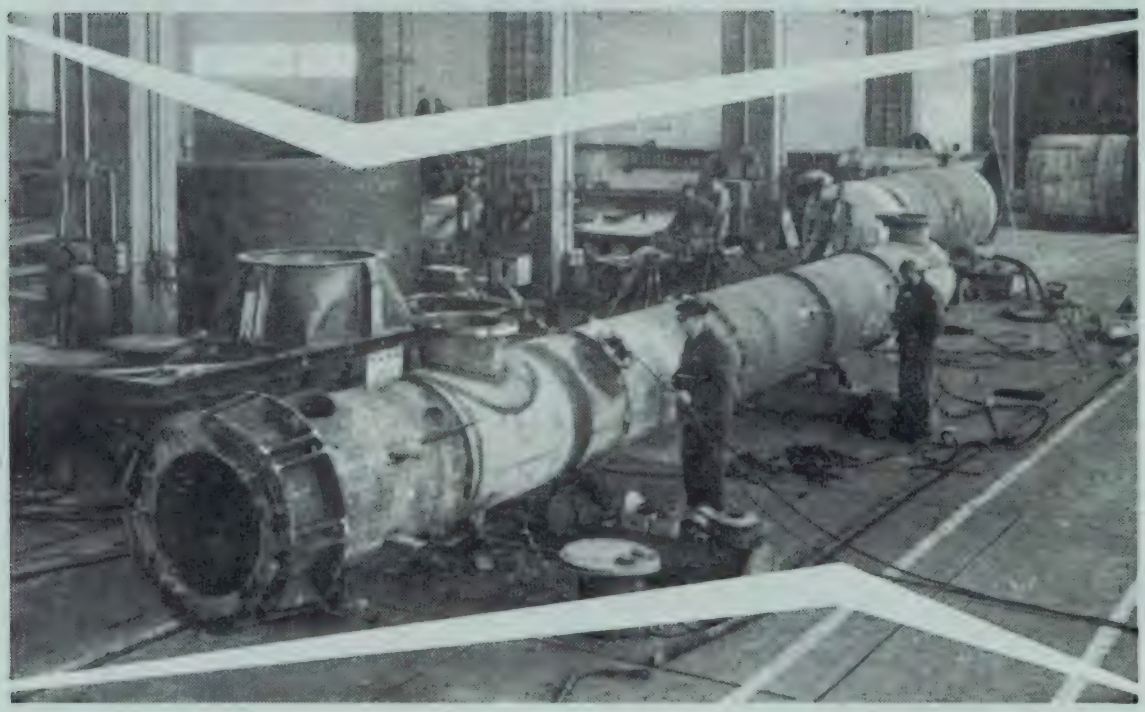
EQUIPAMENTOS E INSTALAÇÕES INDUSTRIAIS

CONSTRUÇÕES METALOMECANICAS MAGUE S.A.R.L.

ALVERCA DO RIBATEJO — PORTUGAL

aços vazados
ferros meehanite
mecânica MÉDIA E PESADA
construções metálicas

COMPORTAS
TURBINAS
CONDUTAS FORÇADAS
RESERVATÓRIOS SOB PRESSÃO
PERMUTADORES DE CALOR



Indústria dos Petróleos.

Coluna de 1 000 mm ø × 10 000 mm, em fase final de fabrico.

DIVISÃO METALO-MECÂNICA
COMPANHIA UNIÃO FABRIL

AVENIDA 24 DE JULHO, 170 — LISBOA 2 ✦ TELEFONES 67 04 21 E 67 20 61 ✦ TELEGRAMAS: METALOFABRIL

C. D. U. 621.311.19.027 56/.63

NOTA SOBRE OS DOMÍNIOS DE UTILIZAÇÃO DAS MÉDIAS TENSÕES NO TRANSPORTE DA ENERGIA ELÉCTRICA

por DOMINGOS MOURA
Eng.º Dipl.
1.º Assistente do I. S. T.

RESUMO

O artigo estabelece os domínios de utilização das médias tensões em função da potência a transportar e da distância de transporte. O diagrama apresentado tem interesse para uma definição prévia das tensões que podem interessar a um determinado transporte.

SYNOPSIS

This paper establishes the field of application of medium voltages as a function of the power to be transmited and the distanc of transmission.

The diagram presented is useful in a previous definition of the voltages which can be involved in a power transmission.

1. Quando se procura definir qual a tensão adequada para um determinado transporte de energia é vantajoso efectuar um cálculo prévio que permita restringir o domínio que se investigará com pormenor.

Para as médias tensões — por médias tensões entendem-se as que vão de 6 kV a 30 kV (1) — um dos critérios que se usa, para definir o domínio das tensões que interessam é o da queda de tensão: uma tensão será conveniente para o transporte se conduzir a quedas de tensão aceitáveis (da ordem de 5 a 10 % nas médias tensões) e isto sem obrigar ao uso de condutores com secção excessivamente grande. Adiante (alínea 3) se exporá o que se entende por secção excessivamente grande.

Para aplicar este critério, com comodidade, será vantajoso dispor de um diagrama que relacione as quedas de tensão, com a tensão de transporte U_c, a distância l e a potência activa transportada P.

É certo que a escolha final da tensão terá de atender, entre outros factores, à temperatura dos condutores, ao custo da energia perdida na linha, e aos encargos com o capital a investir. Mas uma análise das quedas de tensão dá informação valiosa para uma apreciação prévia das condições do transporte.

Em comunicação apresentada nas «Jornadas de Engenharia de Moçambique» em Abril de 1965, pelo Prof. Eng.º António Carrisso e pelo autor deste artigo (2), relacionava-se o produto lP com a tensão de transporte U_c, usando a expressão (8), que adiante se deduz, e representava-se a função lP (U_c) para condutores com diferentes secções.

Julga-se ter, também, interesse a representação da função P (l) para cada tensão, linearizando o traçado pelo uso de escalas logarítmicas. É esse o objecto desta nota, que se refere exclusivamente a linhas aéreas.

2. Num transporte em média tensão, é, em geral, aceitável tratar a linha como um circuito com constantes concentradas e supor nula a sua admitância transversal. É o que se fará na análise que segue. Igualmente se nota que se admitem sinusoidais as grandezas alternadas que intervêm no cálculo e apenas se consideram os regimes permanentes.

(1) — O artigo 83.º do Decreto-Lei n.º 43 335 impõe que as tensões a adoptar no transporte ou na grande distribuição sejam 6000 V, 15 000 V, 30 000 V, 60 000 V, 100 000 V, 150 000 V, ou 220 000 V.

(2) — António Carrisso e Domingos Moura — «Bases para o projecto de uma rede de distribuição rural», Comunicação n.º 40, Primeiras Jornadas de Engenharia de Moçambique, Lourenço Marques, 1965.

Pretende-se transportar uma potência electromagnética constante P (watt) a uma distância l (metro) usando uma linha aérea trifásica equilibrada. Definindo como «queda de tensão» U'_0 a diferença entre os valores eficazes da tensão simples no princípio e no fim da linha, será, muito aproximadamente, como se sabe,

$$U'_0 = r\,l\,I \cos \phi + x\,l\,I \operatorname{sen} \phi \quad . \; . \; . \quad (1)$$

em que

U'_0 — valor eficaz da queda de tensão (volt).
r — resistência unitária do condutor (ohm. metro^{-1}).
l — distância (metro).
I — valor eficaz da intensidade da corrente numa fase (ampere).
ϕ — argumento da impedância do receptor (radiano).
x — reactância cíclica unitária da linha (ohm. metro^{-1}).

Se for r_c a resistividade do material condutor (ohm. metro) e s a secção do condutor duma fase (metro^2), será

$$r = \frac{r_c}{s} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Notando que

$$P = 3\,U_0\,I \cos \phi \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

e que

$$U'_0 = \frac{m}{100}\,U_0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

em que

U_0 — valor eficaz da tensão simples, que ao aplicar as expressões (3) e (4) é suposta constante ao longo da linha (volt).
m — queda de tensão (percentagem de U_0).

pode-se escrever

$$\frac{m}{100}\,U_0 = \frac{r\,l\,P}{3\,U_0} + \frac{x\,l\,P}{3\,U_0}\,\operatorname{tg} \phi \quad . \; . \; . \quad (5)$$

ou ainda

$$l\,P = \frac{m\,U^2_c}{100\,(r + x \operatorname{tg} \phi)} \quad . \; . \; . \quad (6)$$

em que U_c é o valor eficaz da tensão composta (volt).

Usando as unidades

l — quilómetro.
P — quilowatt.
r — ohm. quilómetro^{-1}.
x — ohm. quilómetro^{-1}.
U_c — quilovolt.

a expressão (6) transforma-se em

$$l\,P = \frac{10\,m\,U^2_c}{r + x.\operatorname{tg}\phi} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

Nota-se que a expressão (7) supõe um receptor de potência P colocado no extremo da linha. Se a potência P estiver uniformemente distribuída ao longo da linha de comprimento l em vez da expressão (7) obtém-se a expressão

$$l\,P = \frac{20\,m\,U^2_c}{r + x \operatorname{tg}\phi} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

Tomando como constantes a queda de tensão m, a reactância cíclica unitária x e o factor de potência da carga (cos ϕ), pode escrever-se

$$l\,P = f\,(r)\,.\,U^2_c \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

À expressão (9) correspondem segmentos de recta no plano (l, P), desde que as escalas de l e de P, sejam logarítmicas. São esses segmentos de recta que se traçam na Figura 1, para a hipótese de cargas concentradas no fim da linha. Cada segmento corresponde a um condutor de resistência unitária r e a uma tensão U_c normalizada.

O diagrama que se representa na Figura 1 foi traçado para condutores em cobre duro e supondo

$$m = 5$$
$$x = 0{,}4 \text{ ohm. quilómetro}^{-1}$$
$$\cos \phi = 0{,}8.$$

Estes valores são os que habitualmente se consideram para uma análise sumária de um transporte em média tensão e correspondem às situações que, como é bem sabido, se apresentam com mais frequência e em que a expressão (1) conduz a uma aproximação aceitável.

3. As faixas que na Figura 1 representam o domínio de cada tensão são limitadas por dois

segmentos: o inferior corresponde à menor secção que se emprega em linhas de alta tensão; o superior procurou-se que coincidisse quanto possível com o segmento que, para a tensão imediatamente superior, corresponde à menor secção.

A regulamentação portuguesa [1] proibe que em linhas aéreas de alta tensão se usem condutores em cobre com secção inferior a 10 mm². Admite-se portanto que a secção mais baixa será 10 mm².

A escolha da secção correspondendo ao segmento que, no diagrama, limita superiormente o domínio de cada tensão satisfaz o critério que se enunciou. Contudo este critério merece mais alguma reflexão.

O critério significa que se escolherá a secção que permite produtos lP iguais aos que são suportados pelos condutores de 10 mm² quando se usa a tensão imediatamente superior, supondo constantes todos os outros parâmetros.

Ora a expressão (7) é da forma

$$lP = \frac{K_a}{r + K_b} U^2_c \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (10)$$

Se forem U_{1c} e U_{2c} as duas tensões contíguas no diagrama, r_2 a resistência quilométrica do condutor de 10 mm² e r_1 a resistência quilométrica da secção s_1 (mm²) que se pretende determinar, pode-se escrever, atendendo ao produto lP se manter constante,

$$\frac{U^2_{1c}}{r_1 + K_b} = \frac{U^2_{2c}}{r_2 + K_b} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (11)$$

em que, para condutores em cobre,

$$K_b = 0{,}3 \text{ ohm. quilómetro}^{-1}$$
$$r_2 = 1{,}72 \text{ ohm. quilómetro}^{-1}$$
$$r_1 = \frac{17{,}2}{s_1} \text{ ohm. quilómetro}^{-1}$$

Substituindo estes valores na expressão (11) obtém-se:

$$s_1 = \frac{1}{0{,}117 \left(\frac{U_{1c}}{U_{2c}}\right)^2 - 0{,}0173} \quad . \; . \; . \quad (12)$$

(1) Artigo 79.º do Projecto de Regulamento de Segurança de Linhas Eléctricas de Alta Tensão, Nov., 1962.

Para as tensões normalizadas, ou de uso mais frequente em Portugal, o Quadro 1 resume os resultados da aplicação da expressão (12).

QUADRO 1

U_{1c} (kV)	U_{2c} (kV)	s_1 (mm²)
6	10	40
10	15	28
15	30	83
30	60	83

Em vez das secções obtidas pelo cálculo acima, e que não existem no mercado, adoptaram-se para definir o limite superior do domínio de cada tensão as secções comerciais que constam do Quadro 2. O limite inferior foi sempre definido para a secção de 10 mm².

QUADRO 2

U_{1c} (kV)	s_1 (mm²)
6	35
10	35
15	70
30	70
60	70

Nas linhas de média tensão já não é cómoda nem tem muito interesse, a montagem das secções de 50 a 70 mm². As secções de 10 a 35 mm² são as de uso mais frequente.

4. Há uma limitação para as potências transportáveis que importa não esquecer: a que resulta do aquecimento dos condutores.

O parágrafo único do artigo 76.º do «Projecto de Regulamento de Segurança das Linhas Eléctricas de Alta Tensão», publicado em Novembro de 1962, recomenda que as intensidades da corrente em condutores de cobre não ultrapassem os valores indicados na segunda coluna do Quadro 3. A essas intensidades correspodem para cada tensão U_c, as potências que se indicam no mesmo quadro.

QUADRO 3

Secção (mm²)	Intensidade máxima admissível em regime permanente (valor eficaz) (A)	Potência activa limite P (em kW, para cos $\phi = 0{,}8$) Tensão (kV) 6	10	15	30	60
10	90	750	1240	1850	3 750	7 400
35	175	1450	2400	3650	7 300	14 600
70	280	2300	3900	5750	11 500	23 000

Conclui-se que cada tensão será vantajosamente utilizada no domínio definido pela expressão (7) mas a potência transportada nunca deve exceder os limites indicados no Quadro 3. Esta limitação justifica os segmentos paralelos ao eixo das abcissas que aparecem na Figura 1.

5. O diagrama serve para definir zonas de utilização das tensões normalizadas, podendo, evidentemente haver interesse em examinar condições de transporte fora dos domínios que se consideraram na Figura 1.

Para extrapolar os valores indicados na figura basta usar a expressão (7)

$$l\,P = \frac{10\ m\ \ U^2_c}{r + x\ tg\,\phi}$$

que permite concluir que o produto l P (ou qualquer dos seus factores) cresce proporcionalmente com a queda de tensão m, e com o quadrado da tensão U_c.

O aumento da secção reduz r e permite aumentar l P mas em razão menor do que a proporcional, por se manter pràticamente constante a reactância x.

Embora se trate de relações elementares bem conhecidas, é vantajoso vê-las presentes ao utilizar o diagrama de Figura 1.

6. A resistência quilométrica dos condutores que se tomou para estabelecer a Figura 1 está indicada no Quadro 4.

O diagrama poderá ser aplicado a linhas construídas em ligas de cobre ou alumínio, em alumínio-aço ou quaisquer outros materiais desde que a resistência r dos respectivos condutores seja análoga à dos condutores que figuram no diagrama.

QUADRO 4

Secção do condutor em cobre duro (s) (mm²)	Resistência unitária (r) (Ω . km^{-1})
10	1,72
35	0,493
70	0,246

7. A tensão de 60 kV não é considerada uma média tensão. Não pode esquecer-se que supor nula a admitância transversal das linhas a 60 kV introduz erros apreciáveis no cálculo da queda de tensão. Contudo estendeu-se o diagrama da Figura 1 até aos 60 kV por ser essa a tensão normalizada imediatamente superior aos 30 kV ficando assim delineados os domínios de utilização das duas tensões contíguas.

A figura refere, também, a tensão de 10 kV. Esta tensão, embora não mencionada no artigo 83.° do Decreto-Lei n.° 43 335, atrás referido, é usada com frequência e está normalizada pela C. E. I. (C. E. I.-38-1954).

8. Outros critérios são conhecidos e devem ser aplicados, paralelamente ao que se expõe, para definir o domínio de tensões que é vantajoso a um determinado transporte de energia. Cita-se, como exemplo, o valor dado pela fórmula de Still corrigida, que é sempre uma indicação com interesse para os transportes em média tensão.

O diagrama que se representa na Figura 1 tem-se revelado, porém, um instrumento de trabalho útil.

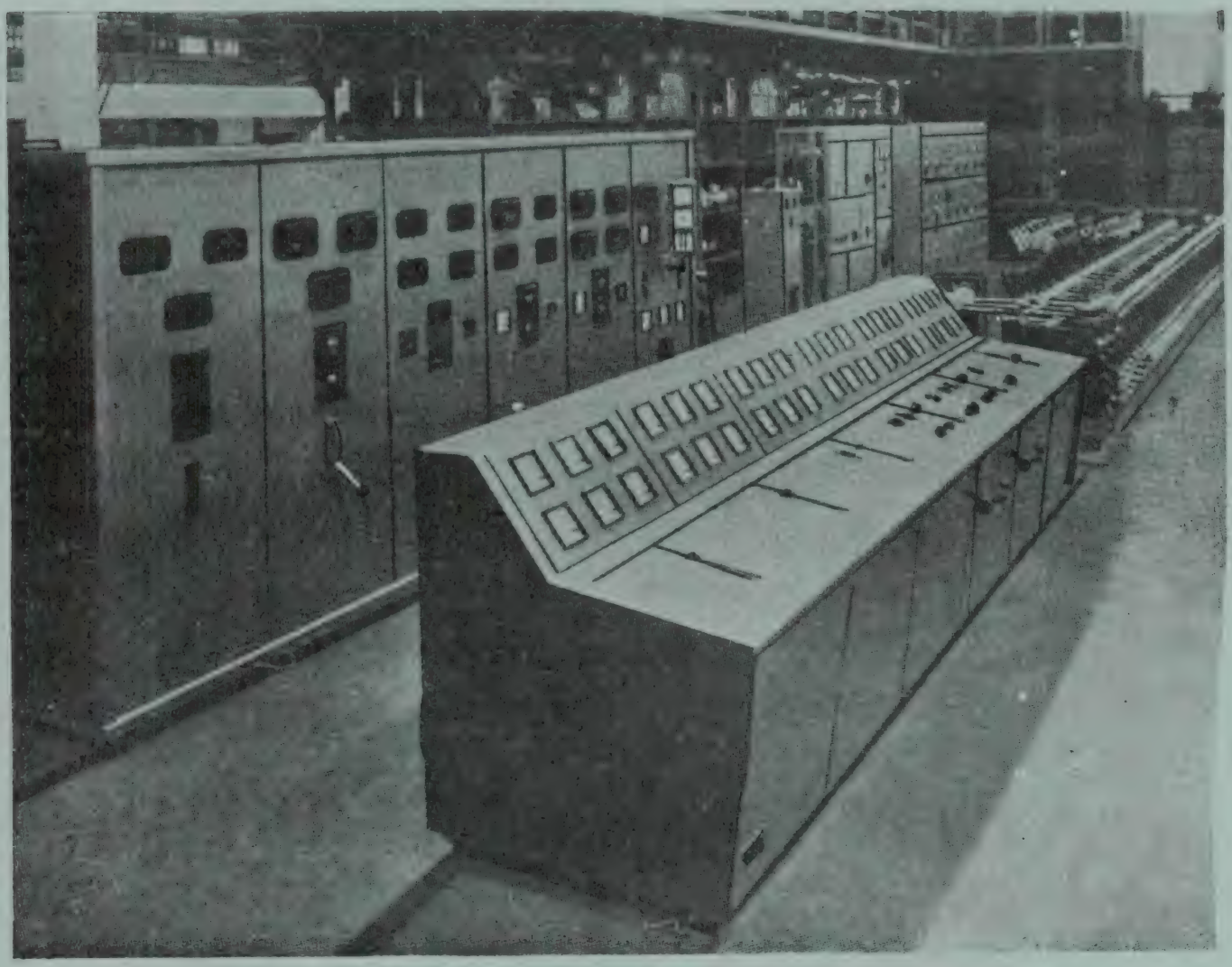
JAYME DA COSTA, L^DA

MECÂNICA E ELECTRICIDADE EM TODAS AS APLICAÇÕES

PORTO
Praça da Batalha, 12
Telef. 2 28 12 (PPC)

LISBOA
Rua dos Correeiros, 14
Telef. 32 70 35 (PPC)

LUANDA
Cx. Postal 5174
Telef. 4743



Material fabricado nas nossas oficinas, pronto para expedição

- Fabricação de aparelhagem eléctrica de alta e baixa tensão
- Equipamentos electromecânicos completos para centrais e fábricas
- Postos de transformação tipo monobloco
- Quadros blindados, capsulados e em armário
- Armaduras de iluminação de todos os tipos
- Contadores eléctricos e instrumentos de medida
- Telemedida e telecomando
- Instalações elevatórias de água
- Instalações de saneamento e esgotos
- Ferramentas de corte
- Motores Diesel industriais e marítimos
- Fogões eléctricos
- Frigoríficos
- Ventilação e condicionamento de ar
- Aparelhagem de Raios X e electromedicina

ESTAMPARIAS TINTURARIAS LAVANDARIAS

PARA OS VOSSOS TECIDOS TÉCNICOS:
TRANSPORTADORES, MANCHONS, LAPPING, WOLFRIES,
FLANELAS, CANEVAS, ETC.,

EM FIBRAS NATURAIS OU SINTÉTICAS

CONSULTEM:

FANAFEL

FÁBRICA NACIONAL DE FELTROS INDUSTRIAIS
SOCIEDADE LIMITADA

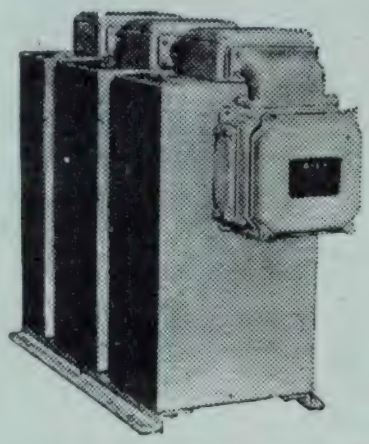
APART.: 9
TELEFS.: 52093-52094
TELEG.: FELTROS

OVAR
PORTUGAL

ESCRITÓRIO E FÁBRICA
ESTRADA DE S. JOÃO

CONDENSADORES **ASEA**

PARA MELHORAMENTO DO FACTOR DE POTÊNCIA



... de condensadores tipo CLB, 32 kVAr

- SE PAGA POR CONSUMO DE ENERGIA REACTIVA...
- SE A SUA INSTALAÇÃO ELÉCTRICA ESTÁ SOBRECARREGADA...

...consulte:

ASEA ELÉCTRICA L.DA

SEDE EM LISBOA
R. DE ARTILHARIA UM, 104,4º-Dº
Telefone P.P.C. — 68 90 17/8/9

END. TELEG.
ASEAPORT

FILIAL NO PORTO
R. DO CAMPO ALEGRE, 144
Telefone P.P.C. — 6 21 06/7

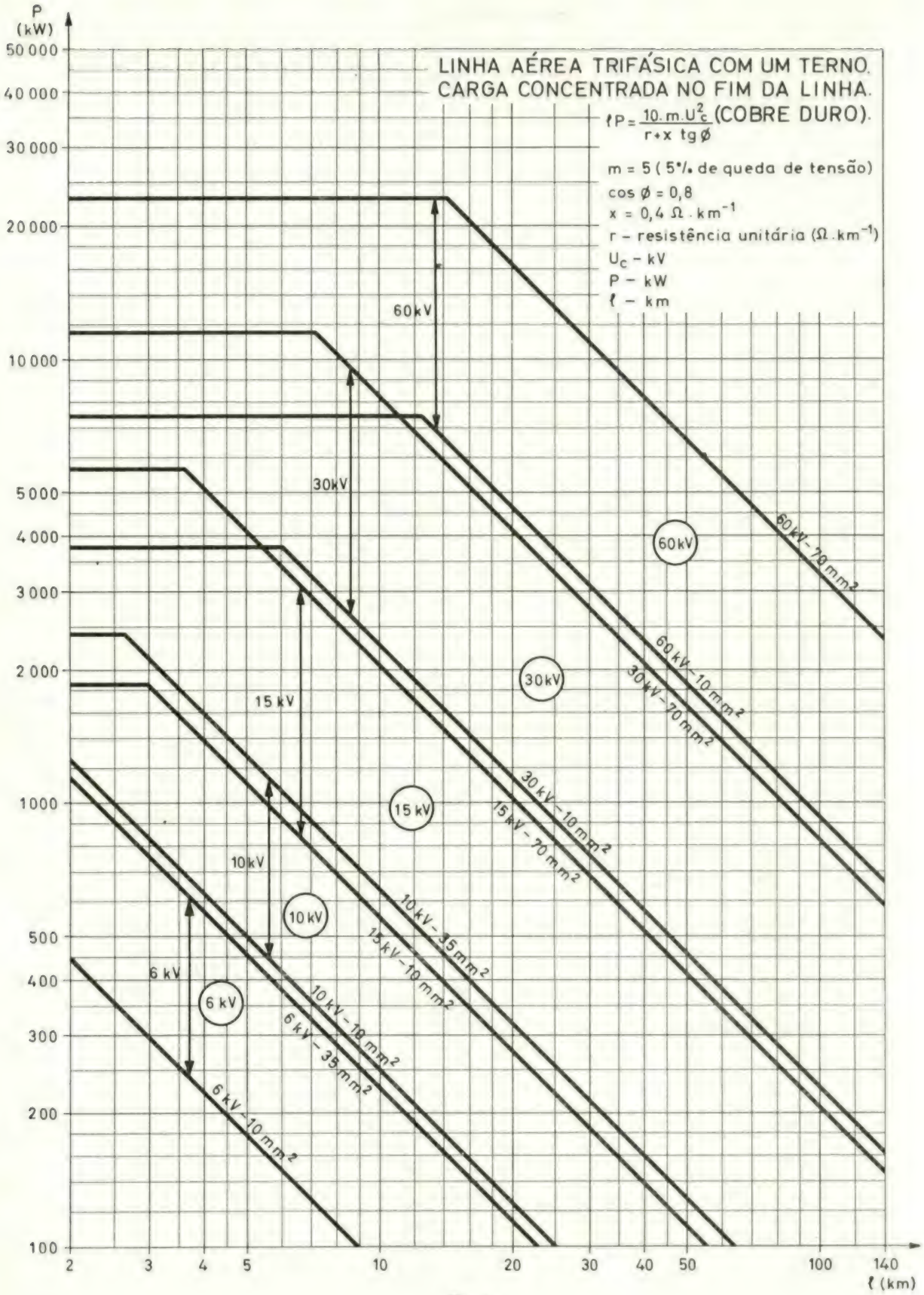

P
(kW)
50 000
40 000
30 000
20 000
10 000
5000
4000
3000
2000
1000
500
400
300
200
100
2
3
4
5
10
20
30
40
50
100
140
ℓ (km)
LINHA AÉREA TRIFÁSICA COM UM TERNO.
CARGA CONCENTRADA NO FIM DA LINHA.
ℓP = 10.m.U²c / (r+x tgØ) (COBRE DURO).
m = 5 (5% de queda de tensão)
cos Ø = 0,8
x = 0,4 Ω . km⁻¹
r – resistência unitária (Ω.km⁻¹)
Uc – kV
P – kW
ℓ – km
60kV
30kV
15 kV
10kV
6 kV
60kV
30kV
15 kV
10 kV
6 kV
60 kV – 70 mm²
60 kV – 10 mm²
30 kV – 70 mm²
30 kV – 10 mm²
15 kV – 70 mm²
10 kV – 35 mm²
15 kV – 10 mm²
10 kV – 10 mm²
6 kV – 35 mm²
6 kV – 10 mm²

Fig. 1

INTERNATIONAL SOCIETY OF ROCK MECHANICS
1 ST INTERNATIONAL CONGRESS

LISBON / PORTUGAL — 25 TH SEPTEMBER / 1 ST OCTOBER 1966

The purpose of the Society's First International Congress is to provide an opportunity for the presentation and comparison of the ideas and experience on rock mechanics and to stimulate their discussion by specialists from all the fiields of science and technology interested in this new branch of mechanics.

The Congress is intended to cover all the fundamental aspects of Rock Mechanics with interest for civil engineering, mining engineering and petroleum engineering. It has been recognized that no case histories should be presented.

The following eight themes were considered:

1. *Exploration of rock masses:* geologic exploration; boring and other exploration procedures; geophysical exploration method.
2. *Description of rock masses with a view to their physical and mechanical behaviour:* texture; structure; fabrics; anisotropy; heterogeneity; joints; faults; statistical methods; quality indices; classification of rocks and rock masses.
3. *Properties of rocks and rocks masses:* physical properties; deformation and rupture under static and dynamic, tectonic or artificial actions; influence of water; alteration.
4. *Residual stresses in rock masses:* measuring procedures; stress distributions, their relations with tectonics.
5. *Comminution:* physical bases of comminution; breaking; drilling; blasting; crushing; grinding; abrasion.
6. *Natural and excavated slopes:* stress distributions; stability; stabilization of slopes; observation of the behaviour.
7. *Underground excavations and deep boring:* stress and strain distributions; stability of escavations and boreholes; linings; strengthening; support; subsidence; observation of the behaviour.
8. *Behaviour of rock masses as structural foundations:* bearing capacity of rock masses; settlements; observation of the behaviour.

All correspondence concerning the Congress should be adressed to:

O objectivo do 1.º Congresso Internacional da Sociedade é dar uma oportunidade de apresentar e comparar as ideias e a experiência adquiridas no que respeita a Mecânica das Rochas e estimular a sua discussão por especialistas dos diferentes domínios da ciência e da tecnologia que estejam interessados neste novo ramo da mecânica.

Pretende-se neste 1.º Congresso cobrir totalmente os aspectos fundamentais da Mecânica das Rochas com interesse para a engenharia civil, de minas e do petróleo. Decidiu-se que não devem ser apresentadas descrições de casos particulares.

Foram considerados os oito temas seguintes

1. *Prospecção de maciços rochosos:* reconhecimento geológico; sondagens e outras operações de prospecção; métodos geofísicos de prospecção.
2. *Descrição das rochas e dos maciços rochosos do ponto de vista do seu comportamento físico e mecânico:* textura; estrutura; «fabrics»; anisotropia; heterogeneidade; diáclases; falhas; métodos estatísticos; índices de qualidade; classificação das rochas e dos maciços rochosos.
3. *Propriedades das rochas e dos maciços rochosos:* propriedade físicas; deformação e ruptura sob acções estáticas e dinâmicas, tectónicas ou artificiais; influência da água; alteração.
4. *Tensões residuais nos maciços rochosos:* processos de medida; estados de tensão, suas relações com a tectónica.
5. *Desagregação de rochas:* bases físicas da desagregação; fragmentação; perfuração; explosão; pulverização; abrasão.
6. *Taludes naturais e de excavação:* estados de tensão; estabilidade; estabilização dos taludes; observação do comportamento.
7. *Escavações subterrâneas e sondagens profundas:* estados de tensão e deformação; estabilidade das escavações e dos furos de sondagem; revestimento; consolidação; suporte; aluimento; observação do comportamento.
8. *Comportamento dos maciços rochosos como fundações:* capacidade de suporte dos maciços; assentamento; observação do comportamento.

Toda a correspondência respeitante ao Congresso deve ser dirigida a:

Secretariado do 1.º Congresso Internacional de Mecânica das Rochas
Laboratório Nacional de Engenharia Civil
Lisboa 5 — Portugal
Telegraphic adress: LNEC Lisboa.

C. D. U. 536.252

ESTUDO EXPERIMENTAL DA TRANSMISSÃO DE CALOR POR CONVECÇÃO FORÇADA NUMA CONDUTA DE SECÇÃO ANULAR

por A. DE OLIVEIRA FALCÃO
Assistente do I. S. T.
Núcleo de Estudos de Engenharia Mecânica do I. A. C.

RESUMO

Apresentam-se os resultados do estudo experimental da transmissão de calor por convecção forçada de água numa conduta de secção anular, com $D_2/D_1 = 2{,}07$ e aquecimento na parede interior. Para $9620 \leqslant Re \leqslant 36100$, a equação $Nu = 0{,}0265\ Re^{0{,}8}\ Pr^{1/3}$ representa os resultados obtidos com um erro inferior a 10 %.

SINOPSYS

The results of an experimental work on heat transfer to water flowing in an annulus are reported, for $D_2/D_1 = 2{,}07$ and heat transfer across the inner wall. For $9620 \leqslant Re \leqslant 36100$, the results are correlated by the equation $Nu = 0{,}0265\ Re^{0{,}8}\ Pr^{1/3}$, with a deviation less than 10 %.

1. INTRODUÇÃO

Neste artigo apresentam-se os resultados do estudo experimental da transmissão de calor por convecção forçada de água, numa conduta de secção anular, com libertação uniforme de calor na parede interior.

O imperfeito conhecimento do mecanismo da turbulência e as enormes dificuldades analíticas que comporta o estudo da convecção em regime turbulento restringem consideràvelmente o interesse prático dos resultados obtidos por via teórica, mesmo para casos relativamente simples.

Tem-se recorrido, por isso, ao estudo experimental, para um grande número de configurações geométricas e condições aos limites, especialmente os de maior interesse nas aplicações em engenharia, e procurou-se ampliar o campo de aplicação dos resultados por intermédio da análise dimensional.

É considerável a quantidade de resultados publicados sobre a convecção forçada em regime turbulento em condutas de secção anular, embora seja pouco satisfatória a concordância duma grande parte deles. Efectivamente, este tipo de geometria tem larga aplicação no campo da engenharia, nomeadamente em permutadores de calor e reactores nucleares.

2. APLICAÇÃO DA ANÁLISE DIMENSIONAL

A análise dimensional é um método que se aplica, duma maneira geral, aos fenómenos que possam ser descritos por equações dimensionalmente homogéneas e baseia-se em que uma relação funcional, dimensionalmente homogénea, entre m quantidades expressas num sistema de n unidades fundamentais pode ser reduzida a uma relação entre $(m - n)$ produtos adimensionais. Esta proposição constitui o chamado teorema dos $\pi\pi$ ou de Buckingham [1].

A grande importância deste teorema consiste em permitir reduzir consideràvelmente o número de variáveis do problema e ampliar a informação obtida a partir dum número limitado de resultados experimentais.

No nosso caso particular, consideramos que a quantidade de calor q transmitida por unidade de tempo e por unidade de área da parede $[QL^{-2}T^{-1}]$ é função das seguintes oito variáveis:

$D_2 - D_1 = D_e$ — diferença entre os diâmetros da secção anular $[L]$

D_2/D_1 — relação entre os diâmetros

v — velocidade média do escoamento $[LT^{-1}]$

Δt — diferença entre a temperatura da parede e a temperatura média do fluido $[\Theta]$

k — condutibilidade térmica $[Q L^{-1} T^{-1} \Theta^{-1}]$
c_p — calor específico a pressão constante $[Q M^{-1} \Theta^{-1}]$
ρ — massa específica $[M L^{-3}]$
μ — viscosidade $[M L^{-1} T^{-1}]$

Ao escolhermos um sistema de cinco unidades fundamentais em que, além da unidade de temperatura Θ, se inclui a unidade de quantidade de calor Q, implìcitamente admitimos que é desprezável a quantidade de energia mecânica que se transforma em energia calorífica e vice-versa. Mais particularmente, supomos que a energia dissipada em atritos é muito pequena comparada com a quantidade de calor permutado.

Em segundo lugar, consideramos que o comprimento da conduta é suficientemente grande para que os efeitos das extremidades se não façam sentir, ou seja, admitimos que os perfis da velocidade e da temperatura estão completamente estabelecidos.

Aplicando os métodos da análise dimensional [1], podemos reduzir a relação entre as nove grandezas referidas a uma relação entre quatro grupos adimensionais:

$$Nu = f\,(Re, Pr, D_2/D_1) \qquad (1)$$

sendo

$$Nu = \frac{q\,D_e}{\Delta t\,k} = \frac{h\,D_e}{k} \text{ o número de Nusselt}$$

$$Re = \frac{v\,\rho\,D_e}{\mu} \text{ o número de Reynolds}$$

$$Pr = \frac{\mu\,c_p}{k} \text{ o número de Prandtl}$$

As propriedades físicas do fluido k, c_p, ρ e μ são funções da temperatura e, portanto, variam de ponto para ponto. Esta variação é particularmente acentuada para a viscosidade, no caso de muitos líquidos, quando as variações de temperatura são consideráveis. Para ter em conta esta circunstância, é usual fazer figurar duas variáveis representando a viscosidade do fluido, referidas a duas temperaturas definidas. Neste caso, passamos a ter uma relação entre cinco grupos adimensionais:

$$Nu = f\,(Re, Pr, D_2/D_1, \mu/\mu'). \qquad (2)$$

Note-se que o comprimento $D_e = D_2 - D_1$, que figura em Nu e Re, é o diâmetro equivalente, tal como é usualmente definido em hidrodinâmica: $D_e = 4\,A/P$, sendo A a área da secção e P o perímetro molhado. Estudos experimentais mostraram que as leis das perdas de carga para condutas de secção circular de diâmetro D se aplicam aproximadamente a outras formas de secção desde que se substitua D por D_e. Efectivamente, desde que seja constante a relação A/P, é a mesma a relação entre o gradiente da pressão na direcção axial e a força tangencial média por unidade de área da parede. Comparando com a secção circular, virá $D = D_e$. O conceito de diâmetro equivalente foi posteriormente aplicado ao estudo da transmissão de calor por convecção forçada, com resultados relativamente satisfatórios. Alguns autores sugerem a utilização dum «diâmetro térmico equivalente», definido como sendo $D_{th} = 4\,A/P_{th}$, sendo P_{th} a parte do perímetro da secção ao longo do qual se realiza a transmissão de calor.

3. CORRELAÇÕES EXPERIMENTAIS ANTERIORES

Um número considerável de investigadores procurou estabelecer, com base em dados experimentais, a forma da função (1) ou da função (2), tendo sido realizados ensaios com vários fluidos, mais frequentemente o ar ou a água. Apresentamos seguidamente algumas das correlações mais conhecidas, para o caso de transmissão de calor na parede interior (¹) (exclui-se o caso de fluidos com Pr muito baixo, como é o caso dos metais líquidos):

Monrad e Pelton [3]

$$Nu = 0{,}020\,Re^{0{,}8}\,Pr^{1/3}\,(D_2/D_1)^{0{,}53} \qquad (3)$$

Davis [4]

$$Nu = 0{,}038\,Re^{0{,}8}\,Pr^{1/3}\,(\mu/\mu_w)^{0{,}14}\left(\frac{D_2}{D_1} - 1\right)^{0{,}2}(D_2/D_1)^{0{,}15} \qquad (4)$$

McMillen e Larson [5]

$$Nu = 0{,}023\,Re^{0{,}8}\,Pr^{1/3}\,(D_2/D_1)^{0{,}45} \qquad (5)$$

(¹) Um estudo mais completo pode ser encontrado num trabalho de Pickering [2].

Walger [6]

$$Nu = 0{,}021\ Re^{0{,}8}\ Pr^{1/3}\ (\mu_f/\mu_w)^{0{,}14}\ (D_2/D_1)^{0{,}45} \quad (6)$$

Os índices w e f indicam que as propriedades físicas são consideradas à temperatura t_w da parede e à temperatura $t_f = (t_w + t_m)/2$. As restantes propriedades são tomadas à temperatura média t_m, definida como sendo

$$t_m = \left(\int_S t\ c_p\ \rho\ v\ ds\right) \Big/ \left(\int_S c_p\ \rho\ v\ ds\right)$$

Note-se que os mesmos expoentes 0,8 e 1/3 de Re e Pr figuram em todas as expressões apresentadas e que coincidem com os das expressões clássicas de Colburn e de Sieder e Tate, obtidas para tubos de secção circular [7].

4. DESCRIÇÃO DA INSTALAÇÃO

Na nossa instalação utilizámos água destilada escoando-se numa conduta de secção anular (fig. 1), com $D_2 = 20{,}3$ mm e $D_1 = 9{,}8$ mm, limitada exteriormente por um tubo de vidro e interiormente por um tubo de aço Cr-Ni, com a espessura de 0,14 mm e comprimento L = 500 mm. O diâmetro equivalente é $D_e = D_2 - D_1 = 10{,}5$ mm e $D_2/D_1 = 2{,}07$.

O tubo de aço Cr-Ni tem uma resistência de aproximadamente 0,10 ohm e é percorrido por uma corrente eléctrica fornecida por um transformador, de intensidade variável até 250 Amp, a que corresponde uma potência máxima dissipada de cerca de 6 kw. A determinação da potência fez-se medindo a intensidade da corrente e a tensão aos terminais do tubo, com o auxílio dum multímetro de 1,5 % de precisão.

Para a determinação da temperatura da parede do tubo, foi utilizado um termopar de Ferro-Constantan com fios de 1 mm² de secção, que ficou encostado à superfície interior do tubo, podendo ter deslocamentos angulares e longitudinais. A temperatura do termopar foi medida por um galvanómetro com uma precisão de 1°C, estando a soldadura fria mantida a temperatura constante num banho de gelo fundente.

Para se obter a temperatura t_w da superfície exterior do tubo, foi necessário entrar com a diferença entre as superfícies interior e exterior do mesmo, dada por $q\ a^2/2\ k'$, sendo q a quantidade de calor libertado por unidade de volume

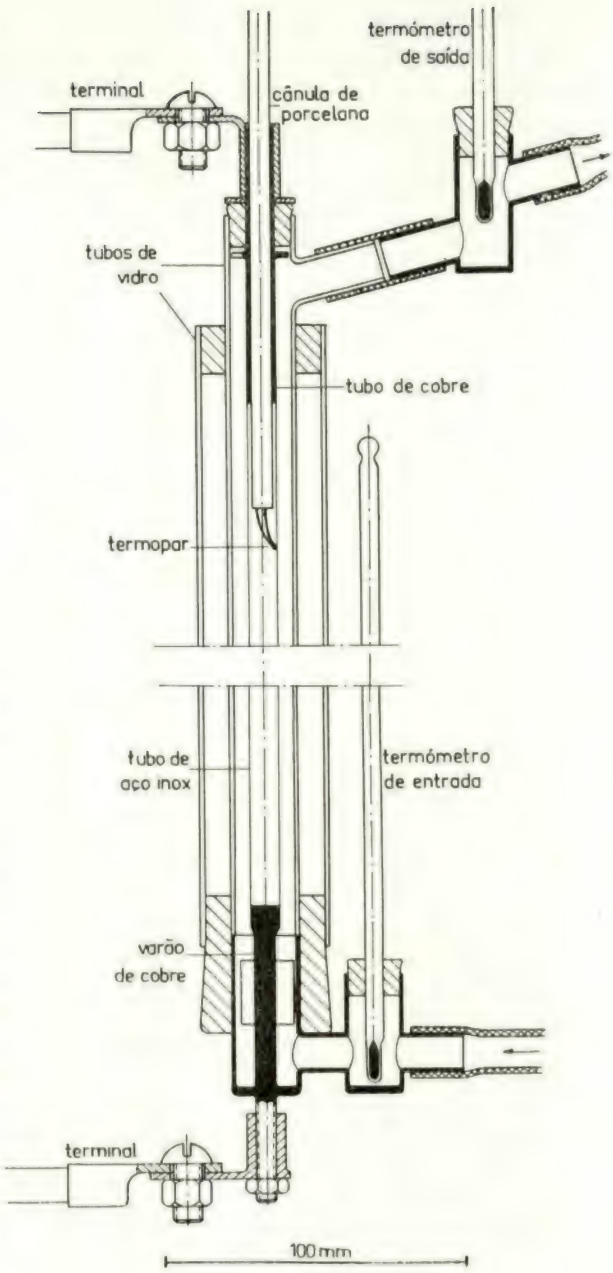


Fig. 1

do tubo e por unidade de tempo, a a sua espessura e k' a condutibilidade térmica do material do tubo. Esta diferença tem o valor máximo de 1,2°C para os ensaios efectuados.

As temperaturas do fluido à entrada e à saída da conduta anular foram medidas por termómetros de mercúrio, com divisões de 0,2°C.

A circulação de água é assegurada por uma bomba de carretos, accionada por um motor eléctrico de velocidade variável. O líquido, à saída da conduta de ensaios, é conduzido a uma

caixa de descarga sobreelevada donde, por gravidade, desce directamente para o reservatório ou atravessa primeiramente um balão de vidro, conforme a posição duma válvula colocada junto ao reservatório. O caudal é calculado medindo o tempo necessário para encher o balão, antes e depois de cada ensaio, tomando-se a média dos dois valores.

No interior do reservatório existe uma serpentina para refrigeração, destinada a manter a estabilidade térmica do sistema para os vários valores da temperatura da água e da potência libertada.

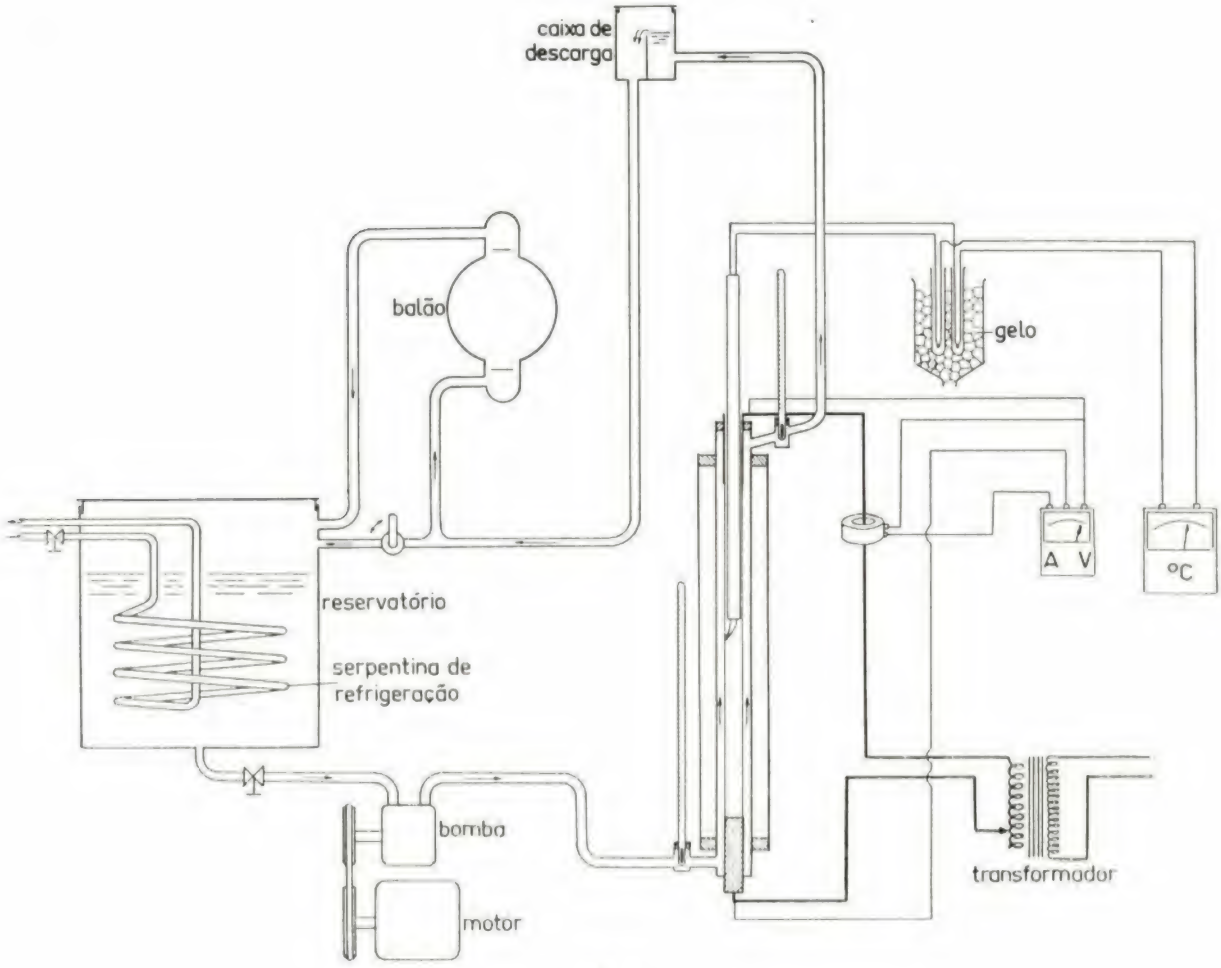


Fig. 2

5. RESULTADOS DOS ENSAIOS

Os ensaios foram realizados para uma secção situada a $x = 350$ mm da entrada da conduta anular. A relação $x/D_e = 33$ é suficientemente grande para que os efeitos de entrada se não façam sentir, pelo menos para o regime turbulento. A temperatura média t_m da água na referida secção foi calculada a partir das temperaturas de entrada t_e e de saída t_s:

$$t_m = t_e + (x/L)\,(t_s - t_e)$$

O coeficiente de transmissão de calor h foi calculado com base na diferença de temperaturas $(t_w - t_m)$.

As propriedades físicas da água foram tomadas para a temperatura t_m [8].

Foram realizados 31 ensaios, para Re variável de 1230 a 36 100, apresentando-se, na tabela junta, os respectivos resultados.

Na fig. 3 estão representados, gràficamente, os valores de $Nu/Pr^{1/3}$ em função de Re.

Para $Re \geqslant 9{,}62 \times 10^3$, os pontos obtidos afastam-se menos que 10% da recta:

$$Nu = 0{,}0265\ Re^{0{,}8}\ Pr^{1/3}$$

e, para $Re > 15{,}3 \times 10^3$, o desvio em relação à mesma recta é inferior a 3%.

Para o valor utilizado $D_2/D_1 = 2{,}07$, os coeficiente de proporcionalidade das relação (3) a (6) em 13% ao valor 0,023 usualmente tomado para tubos de secção circular [7].

Para $2{,}91 \times 10^3 < Re < 8{,}53 \times 10^3$, os pontos obtidos ficam abaixo da recta referida.

O regime laminar está representado por 4 pontos, com $1{,}23 \times 10^3 < Re < 1{,}81 \times 10^3$, alinhados aproximadamente segundo uma recta com

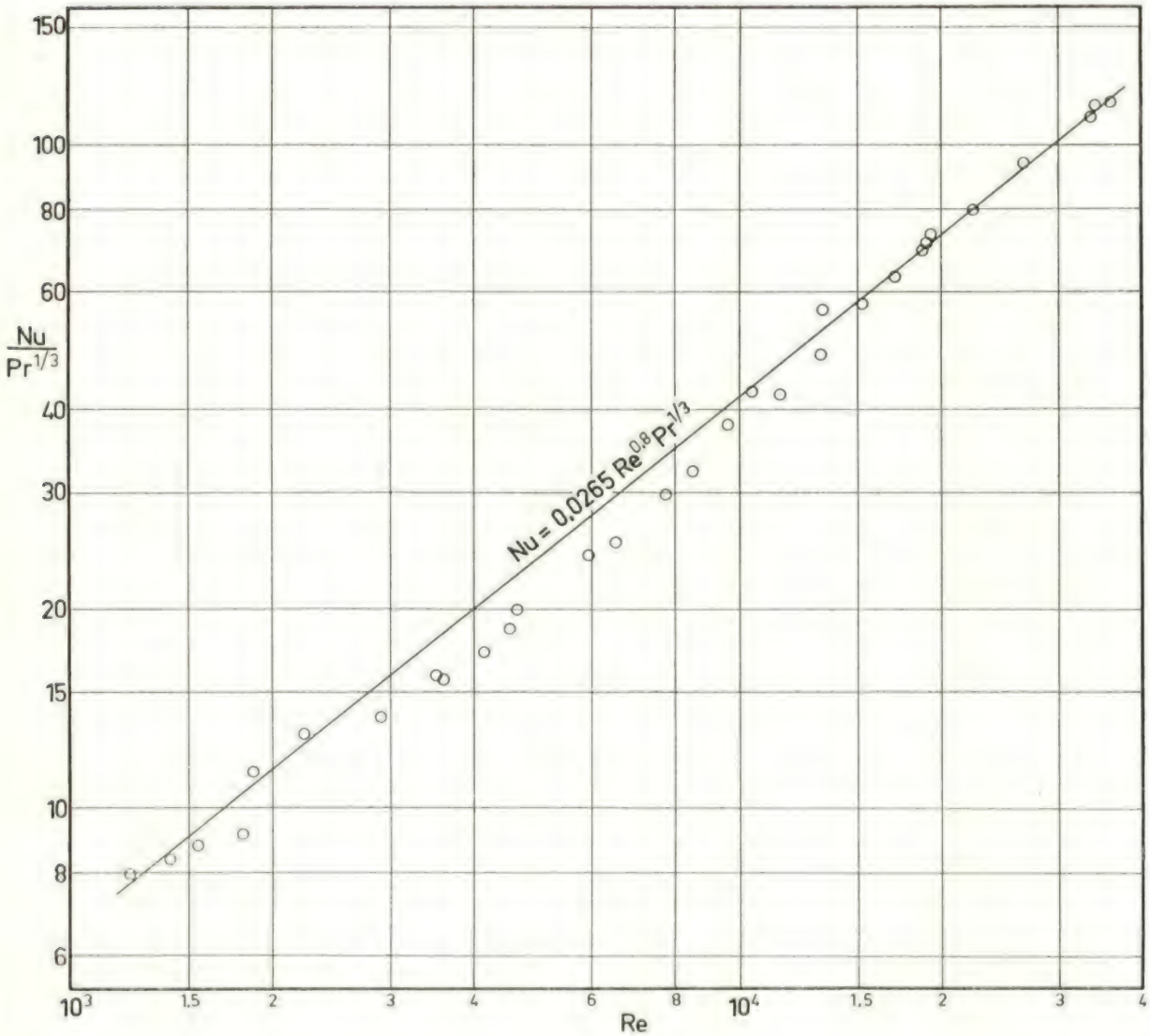


Fig. 3

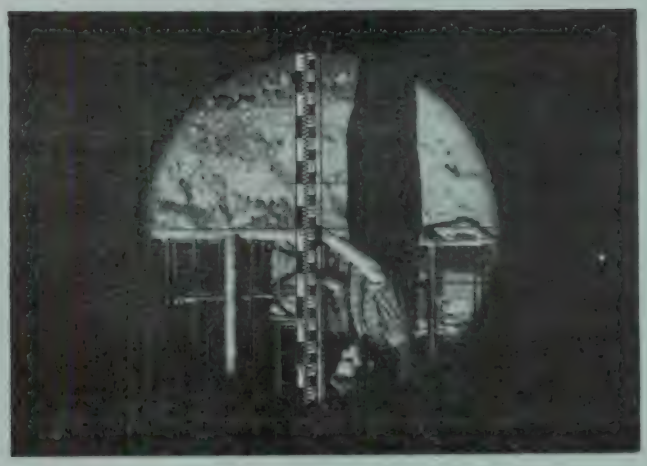
tomam os valores 0,0294 (Monrad e Pelton), 0,0430 (Davis), 0,0320 (McMillen e Larson) e 0,0292 (Walger). O coeficiente 0,0265 obtido é inferior a estes em 10% a 62% mas é superior o coeficiente angular de 0,35, valor que não se afasta muito do expoente de Re encontrado por vários autores para tubos e condutas anulares [9].

Q kw	G g.s-1	tm °C	tw °C	Pr	Re×10⁻³	Nu
3,94	366	66,4	91,5	2,70	36,1	161,0
3,94	345	66,7	92,1	2,69	34,2	159,1
3,78	333	67,9	93,5	2,64	33,7	151,3
3,48	267	67,3	94,7	2,67	26,7	130,1
2,97	226	67,1	94,6	2,68	22,5	110,6
3,92	253	49,6	86,7	3,56	19,4	111,4
2,47	163	66,6	92,2	2,69	19,1	98,8
3,92	246	49,5	88,7	3,56	18,8	105,4
3,73	224	49,3	90,0	3,57	17,1	96,5
3,17	201	49,1	87,2	3,59	15,3	87,7
2,84	201	41,6	75,1	4,22	13,4	90,8
2,82	176	48,3	88,5	3,63	13,3	74,2
2,35	155	47,5	85,7	3,70	11,5	65,1
2,83	156	42,3	86,9	4,12	10,5	67,9
2,19	131	47,1	86,6	3,73	9,62	58,7
2,33	131	40,7	88,4	4,28	8,53	52,4
1,78	107	46,4	87,0	3,77	7,78	46,4
2,36	101	40,5	102,4	4,28	6,54	40,9
1,40	98,7	36,3	74,0	4,68	5,96	40,5
1,05	78,0	35,5	69,3	4,76	4,65	33,6
1,17	79,3	33,6	73,3	4,99	4,54	31,9
0,955	73,4	33,0	68,2	5,05	4,15	29,6
0,965	63,7	33,2	72,4	5,03	3,62	26,8
0,774	64,2	31,8	62,6	5,21	3,52	27,6
0,689	52,1	32,5	64,3	5,11	2,91	23,7
0,608	41,3	31,1	60,6	5,29	2,23	22,7
0,455	35,0	30,6	55,8	5,36	1,87	19,9
0,447	33,3	31,1	60,5	5,27	1,81	16,0
0,447	28,7	31,0	61,5	5,30	1,55	15,3
0,448	25,8	31,5	63,5	5,24	1,41	14,6
0,448	22,4	31,9	65,8	5,20	1,23	13,8

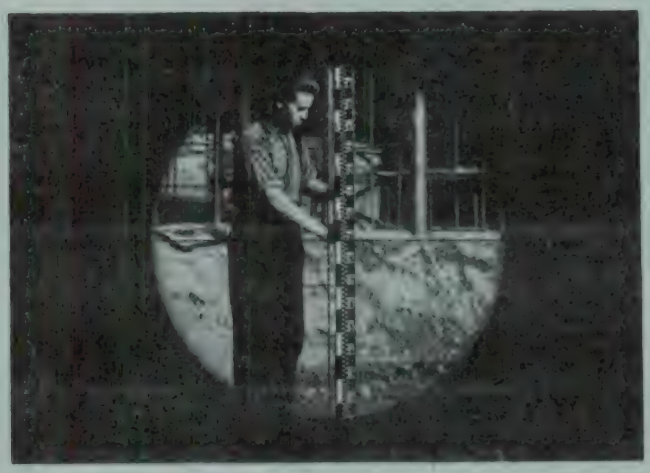
BIBLIOGRAFIA

1. Langhaar, H. L., «Dimensional Analysis and Theory of Models», Wiley, New York, 1951.
2. Pickering, A. R., «Forced Convective Heat Transfer to Water in an Annulus», Atomic Energy Establishment, Winfrith, AEEW-R 295 (1964).
3. Monrad, C. C. e Pelton, J. F., Trans. Am. Inst. Chem. Engs., vol. 38, p. 593 (1942).
4. Davis, E. S., Trans. ASME, vol. 65, p. 755 (1943).
5. McMillen, E. L. e Larson, R. E., Trans. Am. Inst. Chem. Engs., vol. 40, p. 177 (1944).
6. Walger, O., Chem.-Ing.-Tech., vol. 25, pág. 47 (1953).
7. McAdams, W. H., «Heat Transmission», 3ª ed. McGraw Hill, New York, 1954, p. 219.
8. «Heat Transfer Properties of Water», Atomic Energy Research Establishment, Harwell, AERE ED/D 51 (1955).
9. Jakob, M., «Heat Transfer», vol. I, Wiley, New York, 1949, pp. 544, 551.

ANTIGAMENTE :



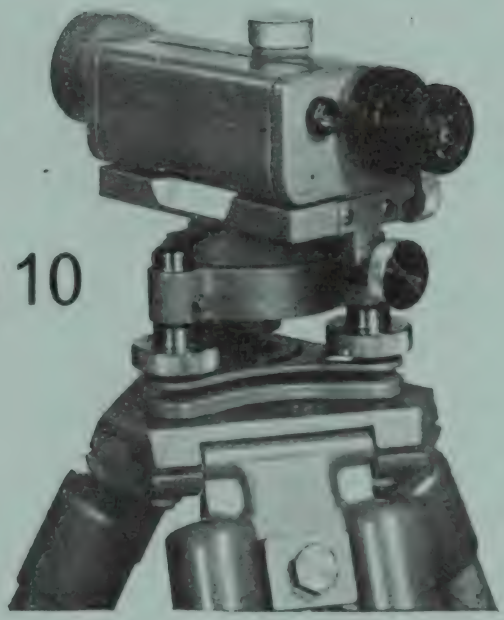
HOJE :



Com
imagem
direita
na luneta

WILD
HEERBRUGG

N 10



Trabalho cómodo e simples sem erros e sem dúvidas, sinais correctos, não invertidos, claros e rápidos.

O pequeno nível WILD N 10 com a designação «E» tem imagem direita do campo de observação na luneta. A mesma tem luminosidade igual ao modelo convencional e o mesmo tamanho.

Representantes exclusivos

WILD PORTUGAL, LDA.

PRAÇA DAS ÁGUAS LIVRES, 8
LISBOA-2 — TELEFONE 68 11 27

BOMBAS

Se tem um problema de bombas, consulte

VASCO PESSOA, LDA.

Rua da Boavista, 63

LISBOA

Companhia Portuguesa de Trefilaria

S. A. R. L.

ARMADURAS PRÉ-FABRICADAS **MALHASOL**

Tensão de segurança 3.000 Kg/cm²

AÇO BI

Tensão de segurança 4.000 Kg/cm²

AÇOS DE ALTA RESISTÊNCIA PARA BETÃO ARMADO

que pela eficiência técnica e económica a que conduzem, são um indispensável elemento na moderna construção civil

Para qualquer obra em betão armado consulte:

DIAL — GABINETE TÉCNICO

R. DO INSTITUTO INDUSTRIAL, 18-1.º Dt.º

TELEFONES 67 12 24/5 E 67 37 85 — LISBOA

Prédios, empenas, caves. Depósitos para águas, vinhos e aguardentes

Facultam-se certificados de ensaio dos Laboratórios Nacional de Engenharia Civil e da Junta Nacional do Vinho.

«IMPERMEÁBILIS»

O impermeabilizante oficialmente aconselhado em todas as argamassas de cimento

REVENDEDORES EM LISBOA:

João Pereira Vareiro & Filhos, Lda.
Rua Augusto José Vieira, 12 — Telef. 84 74 80

Manuel Pereira Matias, Lda.
Rua de Pedrouços, 105-A — Telef. 61 11 53

Manufacturas de Cimento Fortex, Lda.
Estrada de Benfica, 727 — Telef. 70 21 75

Sequeira & Santos, Lda.
R. José Joaquim Marques, 113—Tel. 02 61 05—MONTIJO

Distribuidor geral para todo o Império Português:

ANSELMO DE MATOS

Av. Almirante Reis, 179, r/c — Telef. 4 64 39

LISBOA

RENOLUZ

O TECTO PLÁSTICO EM ESTEIRA CONTÍNUA E EM QUADRADOS

DIFUSOR DE LUZ

ECONÓMICO

O SUB-TECTO IDEAL QUE EVITA OS ACABAMENTOS SUPERIORES

EFICIENTE

TOTAL AUSÊNCIA DE SOMBRAS

DECORATIVO

UMA FORMA DE DECORAÇÃO HARMONIOSA E PRÁTICA

ORÇAMENTOS GRÁTIS

RENOR

RUA D. ESTEFÂNIA, 155-C — END. TELEGRÁFICO RENOLE — TELEFONE 53 77 54 - 73 57 49 — LISBOA - PORTUGAL

C. D. U. 624.157.11.002:621 — 112

DIMENSIONAMENTO DE FUNDAÇÕES DE MÁQUINAS

II

FUNDAÇÕES DE MÁQUINAS ALTERNATIVAS

por ARTUR RAVARA
Estagiário para especialista
da Divisão de Mecânica Aplicada
do L. N. E. C.

RESUMO

Este artigo é o segundo de uma série subordinada ao título geral «Dimensionamento de fundação de máquinas».

Apresentam-se as condições gerais a que devem obedecer as fundações de máquinas alternativas; estudam-se as solicitações dinâmicas impostas pelo funcionamento destas máquinas às fundações. Com base no artigo anterior da presente série, apresenta-se como aplicação numérica o cálculo da fundação de um motor Diesel de 2 cilindros. Enumeram-se os métodos para limitar a amplitude de vibração das fundações, limitam-se os respectivos campos de acção, indicam-se normas de cálculo para amortecedores de molas, borracha ou cortiça e finalmente apresenta-se o cálculo de uma fundação com amortecedores mecânicos de molas.

SINOPSYS

This is the second article of a series entitled «Design of engine foundations».

The general conditions to which the foundations of reciprocating engines shall obey are here presented. Dynamic strains imposed to the foundation by the running are studied. It is presented, as a numeric application, the calculation of a 2-cylinder Diesel motor, which is based upon the former article of this series. Methods used to limit the amplitude of vibration of the foundation are here quoted their fields of action being limited. Some rules are indicated for the calculation of springs, rubber or cork absorbers and the compulation of a foundation with mechanica spring load-absorbers is presented.

1 — INDICAÇÕES GERAIS

1.1 — Amplitude máxima de vibração das fundações

Na generalidade das máquinas alternativas, caracterizadas pela transformação de movimentos de vai-vem em movimentos de rotação, desenvolvem-se esforços não equilibrados que se transmitem às fundações. Dado que a frequência destas máquinas é em geral baixa, as vibrações podem ter influência considerável na estabilidade de estruturas ou de fundações adjacentes, pelo que se torna de primeira necessidade uma análise, tanto quanto possível exacta, da amplitude das vibrações desenvolvidas.

É difícil estabelecer um limite para a amplitude das vibrações. Há casos em que esta atinge valores de 0,4 a 0,5 mm sem inconvenientes sensíveis. Noutros casos, porém, vibrações de amplitudes inferiores, com frequências baixas, transmitem-se através do terreno, danificando estruturas colocadas a dezenas de metros.

Tomaremos como valor limite da amplitude nas fundações de máquinas alternativas

$$A = 0{,}20 \text{ a } 0{,}30 \text{ mm}$$

1.2 — Especificações necessárias ao estudo da fundação

Os elementos necessários, a fornecer pelo fabricante, são os seguintes:

1 — Velocidade e potência da máquina.
2 — Características, grandeza e ponto de aplicação das solicitações dinâmicas devidas ao funcionamento da máquina, ou elementos necessários para o respectivo cálculo.
3 — Distribuição das cargas estáticas impostas pela máquina.

4 — Dimensão e forma da base da máquina.
5 — Localização de aberturas na fundação destinadas a parafusos de amarração, tubagem, etc.

1.3 — Material de fundação

Em máquinas Diesel a carga total, estática e dinâmica, transmitida à fundação, é tal que a tensão na face superior da fundação não exceda

$$3 \text{ a } 5 \text{ kg/cm}^2$$

Em máquinas de cilindros horizontais este valor é ainda menor.

Em qualquer dos casos, as tensões no bloco de fundação são pequenas, limitando-se a sua análise a pontos singulares, correspondentes a furos ou irregularidades de forma.

Emprega-se correntemente, em fundações de máquinas alternativas, betão pobre de resistência à compressão aos 28 dias

$$R_{28} = 100 \text{ kg/cm}^2$$

1.4 — Normas para o dimensionamento das fundações

Geralmente as fundações deste tipo de máquinas são constituídas por blocos maciços, com as aberturas e furação necessárias. Devido a essa forma, é lícito aplicar-se no seu estudo a teoria de vibrações dum sólido assente sobre um meio elástico, referida em [1].

A condição básica para o dimensionamento do bloco de fundação é a de que as suas dimensões sejam as mínimas para que a amplitude das vibrações não exceda o limite admissível.

Para que o assentamento da fundação seja uniforme, o centro de gravidade do conjunto máquina-bloco e o centro da área da base da fundação devem estar na mesma vertical. Caso isto não seja possível, a excentricidade não deve em caso nenhum exceder 3 % da dimensão menor da base da fundação, pelas razões apontadas em [1].

O bloco de fundação deve ficar sempre completamente separado das estruturas adjacentes (sapatas, paredes, pavimentos, etc.). Não deve servir de fundação a outros elementos ou máquinas; no caso de não ser possível evitar a colocação de elementos estruturais secundários sobre o bloco de fundação da máquina, é indispensável atenuar as vibrações daqueles por interposição de placas de cortiça, borracha, feltro ou outros materiais isoladores.

No caso de se instalarem várias máquinas na mesma oficina a distâncias semelhantes às dimensões dos blocos de fundação, é aconselhável, em solos brandos, colocar a fundação de máquinas semelhantes sobre um estrado comum, de rigidez tal que as suas deformações sejam inferiores às amplitudes de vibração dos blocos. Como o cálculo das vibrações de um conjunto destes é muito complicado, é corrente considerar o estrado dividido em blocos associados à fundação de cada máquina e calcular as vibrações de cada fundação em separado, considerando uma amplitude limite superior ao normal em cerca de 20 a 25 %.

As várias chumaceiras de um veio, bem como as chumaceiras de máquinas directamente acopladas a máquinas alternativas devem ser montadas sobre o mesmo bloco de fundação, para evitar deformações no veio.

Quanto maior a área duma fundação, mais elevadas serão as respectivas frequências próprias. Este facto é muito importante, pois permite, no caso das máquinas em estudo, que as frequências próprias das fundações sejam muito superiores às frequências forçadas pela máquina. A massa duma fundação deve pois distribuir-se de modo a que seja mínimo o momento de inércia em relação ao eixo horizontal que passa pelo centro da base. Portanto, deve limitar-se ao mínimo a altura dos blocos de fundação.

2 — SOLICITAÇÕES DINÂMICAS IMPOSTAS PELAS MÁQUINAS ALTERNATIVAS

As vibrações forçadas em fundações de máquinas alternativas devem-se principalmente às forças de inércia, não equilibradas, dos elementos móveis: êmbolo, haste, biela e manivela.

2.1 — Máquina de um cilindro

Consideremos o esquema de máquina alternativa representada na fig. 1. A posição do sistema em qualquer instante é definida pelo ângulo de rotação da manivela, φ.

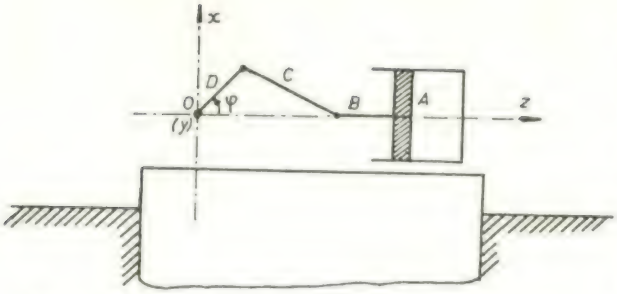


Fig. 1 — Esquema da máquina alternativa simples

A — êmbolo
B — haste
C — biela
D — manivela

Qualquer elemento i do sistema dá origem a forças de inércia Pi de componentes segundo os eixos xx e zz respectivamente iguais a

$$P_{xi} = m_i \cdot \ddot{x}_i$$

$$P_{zi} = m_i \cdot \ddot{z}_i$$

sendo mi a massa do elemento i

As forças de inércia totais serão

$$P_x = \sum_i m_i \cdot \ddot{x}_i$$

$$P_z = \sum_i m_i \cdot \ddot{z}_i$$

Sendo w a velocidade angular, suposta constante, da manivela, será

$$\ddot{x}_i = w^2 \frac{d^2 z_i}{d \varphi^2}$$

$$\ddot{z}_i = w^2 \frac{d^2 z_i}{d \varphi^2}$$

e vem

$$P_x = w^2 \sum_i mi \frac{d^2 z_i}{d \varphi^2}$$

$$P_z = w^2 \sum_i mi \frac{d^2 z_i}{d \varphi^2}$$

Sendo x_1, x_2, x_3, z_1, z_2, z_3, as coordenadas do centro de gravidade respectivamente da manivela, conjunto êmbolo-haste e biela, e M_1, M_2, M_3, as respectivas massas, será

$$P_x = w^2 \left(M_1 \frac{d^2 x_2}{d \varphi^2} + M_2 \frac{d^2 x_3}{d \varphi^2} + M_3 \frac{d^2 x_3}{d \varphi^2}\right)$$

$$P_z = w^2 \left(M_1 \frac{d^2 x_1}{d \varphi^2} + M_2 \frac{d^2 z_2}{d \varphi^2} + M_3 \frac{d^2 z_3}{d \varphi^2}\right)$$

É possível concentrar a massa do sistema apenas em 2 pontos, *a* e *b*, indicados na fig. 2, o que simplifica as expressões de P_x e P_z

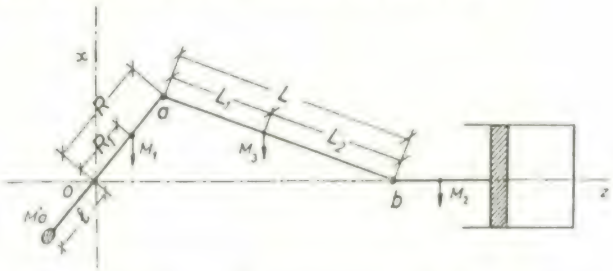


Fig 2 - Localização dos pontos *a* e *b* onde se considera concentrada toda a massa do sistema

Demonstra-se ser : [3]

$$P_x = R\, w^2 \cdot Ma \text{ sen } wt$$

$$P_z = Rw^2 \left[(Ma + Mb) \cos wt + \right. \tag{2}$$

$$\left. + \alpha M_b \left(1 + \frac{\alpha^2}{4}\right) \cos 2\, wt - \frac{M_b\, \alpha^3}{4} \cos 4\, wt \right] + \ldots$$

sendo as massas equivalente M_a e M_b dadas por :

$$Ma = \frac{R_1}{R} M_1 + \frac{L_2}{L} M_3$$

$$M_b = M_2 + \frac{L_1}{L} M_3$$

$$\alpha = \frac{R}{L}$$

designando por R, R_1, L, L_1, L_2, as grandezas indicadas na fig. 2.

É de notar que as forças de inércia segundo o eixo ZZ contêm uma harmónica fundamental, que corresponde à força de inércia *primária* e harmónicas superiores, que correspondem às forças de inércia *secundárias*. Nas eq. (2) desprezam-se os termos de ordem superior, por o seu coeficiente ser ràpidamente decrescente.

Instalando contrapesos de massa M'_a sobre o veio, é possível anular as forças devidas a M_a. Assim, se M'_a for colocado de forma a que o

seu raio vector forme um ângulo π com o raio vector de M_a (ou seja, no prolongamento da manivela) e a uma distância l de O (fig. 2), para que as forças de inércia dos elementos que rodam se anulem, ($P_z = 0$) deverá verificar-se:

$$M_a - \frac{l}{R} M'_a = 0$$

ou seja (3)

$$\frac{R_1}{R} M_1 + \frac{L_2}{L} M_3 - \frac{l}{R} M'_a = 0$$

Para anular as forças de inércia *primárias*, na direcção da embol haste (zz), deverá ser:

$$M_a + M_b - \frac{l}{R} M'_a = 0$$

ou (4)

$$\frac{R_1}{R} M_1 + M_2 + M_3 - \frac{l}{R} M'_a = 0$$

Se os valores l e M_a^l obedecerem só a uma das condições, na expressão de P_z não se anulam os termos secundários, contendo *cos2wt* e *cos4wt*, e o valor de *Px* será:

$$P_x = Rw^2 \,.\, M_b \text{ sen } wt$$

Normalmente $M_b > M_a$ e portanto a condição (4) leva a um aumento das forças de inércia segundo o eixo $\overline{xx}$.

2.2 — Máquinas de vários cilindros

Seja uma máquina com n cilindros em associação linear sendo P_k a desfasagem angular entre a manivela do cilindro K e a do 1.º cilindro, de referência. Consideremos um sistema de eixos segundo indica a fig. 3.

Desprezando as forças de inércia secundárias de coeficiente de ordem igual ou superior a α^3, será:

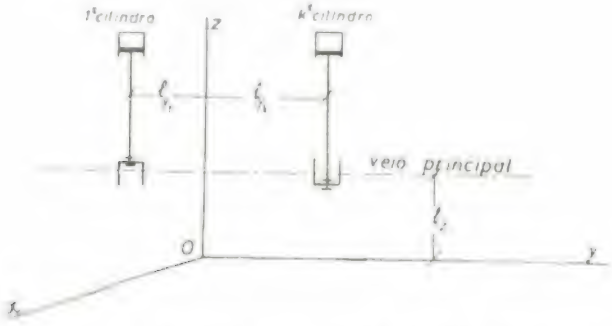


Fig. 3 — Esquema de associação linear de cilindros

$$P_x = w^2 \sum_{k=1}^{n} R_k M_{ak} \text{ sen } (wt + \beta_k)$$

$$P_z = w^2 \sum_{k=1}^{n} R_k \left[(M_{ak} + M_{bk}) \cos (wt + \beta_k) + \right.$$
$$\left. + M_{bk} \alpha_k \cos 2 (wt + \beta_k) \right] \qquad (5)$$

Estas forças dão lugar a momentos segundo os 3 eixos, de valor

$$M_x = \sum_{k=1}^{n} P_{zk} \,.\, l_{yk} \,;\; M_y = \sum_{k=1}^{n} P_{xk} \,.\, 1_{zk} \,;$$
$$M_z = \sum_{k=1}^{n} P_{xk} \,.\, 1_{yk} \qquad (6)$$

Se os cilindros forem idênticos, será:

$$\begin{cases} P_x = Rw^2 M_a \sum_{k=1}^{n} \text{ sen } (wt + \beta_k) \\ P_z = Rw^2 \left[(M_a + M_b) \sum_{k=1}^{n} \cos (wt + \beta_k) + \right. \\ \qquad \left. + M_b \alpha \sum_{k=1}^{n} \cos 2 (wt + \beta_k) \right] \end{cases} \qquad (7)$$

Portanto, para equilibrar as forças de inércia primárias, deverá ser:

$$\sum_{k=1}^{n} \cos (wt + \beta_k) = 0 \,;\; \sum_{k=1}^{n} \text{ sen } (wt + \beta_k) = 0$$

Para anular as harmónicas secundárias deverá ser:

$$\sum_{k=1}^{n} \cos 2 (wt + \beta_k) = 0$$

Para equilibrar os momentos devidos às forças primárias, será:

$$\sum_{k} l_{xk} \cos (wt + \beta_k) = 0$$
$$\sum_{k} l_{zk} \text{ sen } (wt + \beta_k) = 0$$
$$\sum_{k} l_{yk} \text{ sen } (wt + \beta_k) = 0$$

Vejamos alguns casos correntes, considerando cilindros iguais e desprezando as harmónicas superiores.

2.2.1. — Máquina de 2 cilindros verticais, montados assimètricamente sobre a fundação

1.º Caso: manivelas em fase:

Será $\beta_1 = 0 \quad \beta_2 = 2\pi$

$$P_{x1} = P_{x2} = Rw^2 \,.\, M_a \,.\, \text{sen } wt$$
$$P_{z1} = P_{z2} = Rw^2 (M_a + M_b) \cos wt$$

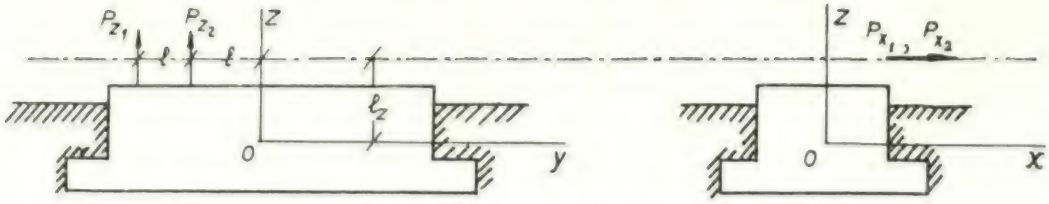


Fig. 4 — Esquema de máquina com 2 cilindros verticais

$$\begin{cases} P_x = 2\ Rw^2\ M_a \text{ sen } wt \\ P_z = 2\ Rw^2\ (M_a + M_b) \cos wt \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_x = 2\ P_{z1}\ (l + 2l_y) \\ M_y = 2\ P_{x1}\ l_z \\ M_z = P_x\ (l + 2\ l_y) \end{cases}$$

Este tipo de máquina é fortemente desequilibrado, dando origem a vibrações intensas.

2.º caso: manivelas desfasadas de 90º

Será agora:

$$P_{x1} = Rw^2\ M_a \text{ sen } wt$$

$$P_{x2} = Rw^2\ M_a \text{ sen } \left(wt + \frac{\pi}{2}\right) = Rw^2\ M_a \cos wt$$

$$P_{z1} = Rw^2\ (M_a + M_b) \cos wt$$

$$P_{z2} = (M_a + M_b) \cos \left(wt + \frac{\pi}{2}\right) = -$$

$$= - Rw^2\ (M_a + M_b) \text{ sen } wt$$

ou seja

$$\begin{cases} P_x = \sqrt{2}\ Rw^2\ M_a \text{ sen } \left(wt + \frac{\pi}{4}\right) \\ P_z = \sqrt{2}\ Rw^2\ (M_a + M_b) \cos \left(wt + \frac{\pi}{4}\right) \end{cases}$$

As componentes resultantes são $\sqrt{2}$ vezes maiores que as de cada cilindro.

Os momentos serão neste caso:

$$M_x = P_{z1}\ (l + l_y) + P_{z2}\ l_y$$
$$M_y = (P_{x1} + P_{x2})\ l_z$$
$$M_z = P_{x1}\ (l + l_y) + P_{x2}\ l_y$$

Este caso é o mais corrente em máquinas de 2 cilindros.

3.º caso: manivelas desfasadas de 180º

será

$$\beta_1 = 0 \qquad \beta_2 = \pi$$
$$P_x = 0\ ; \qquad P_z = 0$$

e ainda

$$M_x = P_{z1}\ l; \quad M_y = 0\ ; \quad M_z = P_{x1}\ l$$

2.2.2 Máquinas de 2 cilindros horizontais

É caso corrente em compressores, com as manivelas desfasadas de 90°. As forças de inércia são dadas pelas expressões indicadas para o 2.º caso, trocando x por z nas equações.

É ainda:

$$M_x = P_{z1}\ l_{y1} - P_{z2}\ l_{y2}$$
$$M_y = P_z\ l_x + P_x\ l_z$$
$$M_z = P_{z1}\ l_{y1} - P_{x2}\ l_{y2}$$

2.2.3 — Máquinas de 3 cilindros verticais

Normalmente é

$$\beta_1 = 0\ ; \quad \beta_2 = 120°\ ; \quad \beta_3 = 240°.$$

Vem:

$$P_x = 0\ ; \quad P_z = 0$$

$$\begin{cases} M_x = P_{z1}\ (2\ l + l_y) + P_{z2}\ (l + l_y) + P_{z3}\ l_y \\ M_y = 0 \\ M_z = P_{x1}\ (2\ l + l_y) + P_{x2}\ (l + l_y) + P_{x3}\ l_y \end{cases}$$

2.2.4 — Máquinas de 4 cilindros verticais

É: $\beta_1 = 0$; $\beta_2 = 180°$; $\beta_3 = 180°$; $\beta_4 = 360°$

Anulam-se tanto as forças de inércia como os momentos.

2.2.5 — Máquinas de 6 cilindros verticais

Neste caso, é geralmente:

$$\beta_1 = 0 \qquad \beta_2 = \frac{2\pi}{3} \qquad \beta_3 = \beta_4 = \frac{4\pi}{2} \quad \beta_5 = 2\pi$$

$$\beta_6 = \frac{8\pi}{3}$$

As forças de inércia primárias são nulas. Os momentos são:

$$M_x = \sqrt{3}\ P_z\ l \qquad M_y = 0 \qquad M_z = \sqrt{3}\ P_x\ l$$

Os seus valores são pequenos pelo que em fundações de máquinas de 8 cilindros não é em regra necessário o cálculo de vibrações forçadas.

3 — SOLICITAÇÕES IMPOSTAS POR TRANSMISSÃO POR CORREIAS

É muito corrente o caso de máquinas alternativas associadas por meio de correias a outros tipos de máquinas.

O movimento da correia dá lugar a esforços sobre as chumaceiras das máquinas e consequentemente sobre as fundações.

Seja a ligação por correia representada em esquema na fig. 5.

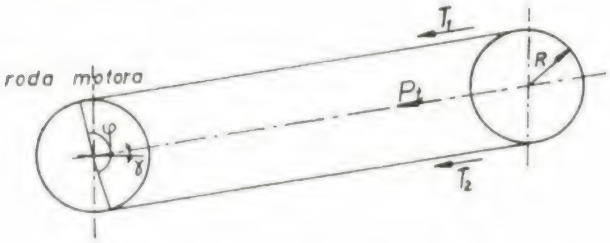


Fig. 5 — Esquema de transmissão por correias

Sendo T_1 e T_2 os esforços sobre as correias, a força P_t exercida sobre cada chumaceira será

$$P_t = T_1 + T_2$$

A força periférica transmitida pela correia é

$$P_r = T_1 - T_2$$

Sendo W a potência da máquina e v a velocidade da correia, é

$$P_r = \frac{W}{v}$$

como

$$v = Rw = \frac{2\pi}{60} N R$$

em que:

N — velocidade de rotação da máquina, r.p.m.
R — raio da roda não motora

vem:

$$P_r = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{W}{NR} = 9{,}55 \frac{W}{NR} \qquad (8)$$

por outro lado, é

$$T_2 = T_1 e^{\varphi\mu}$$

φ — menor ângulo de contacto entre correias na roda motora
μ — coeficiente de atrito entre correia e roda

obtém-se:

$$T_1 = 9{,}55 \frac{W}{NR} \cdot \frac{1}{1 - e^{\varphi\mu}} \qquad (9)$$

$$T_2 - 9{,}55 \frac{W}{NR} \cdot \frac{e^{\varphi\mu}}{1 - e^{\varphi\mu}}$$

$$P_t = 9{,}55 \frac{W}{NR} \cdot \frac{1 + e^{\varphi\mu}}{1 - e^{\varphi\mu}} \qquad (10)$$

A direcção da força Pt é a da linha que une os eixos das rodas.

Se esta direcção fizer um ângulo γ com a horizontal (xx), a componente horizontal de P_t será:

$$P_{tx} = P_t \cdot \cos \gamma$$

A componente vertical de P_t é em geral desprezável, por ser muito pequena em comparação com o peso da máquina.

Se as duas rodas estiverem montadas sobre a mesma fundação, as forças desenvolvidas pela transmissão são forças internas, sem influência sobre o equilíbrio da fundação.

4. APLICAÇÃO NUMÉRICA: CÁLCULO DA FUNDAÇÃO DE UM MOTOR DIESEL

De acordo com os elementos de Mecânica dos Solos e Teoria das Vibrações expostos no artigo anterior [1], segue-se o cálculo do bloco de fundação de uma máquina alternativa muito corrente, o motor Diesel de cilindros verticais.

a) *Características do motor:*

Potência: W = 27 Cv
Cilindros: 2, verticais
Velocidade de regime: 1500 r.p.m.
Área da base: 0,70 × 0,75 m
Peso: 600 kg.

b) *Características do terreno:*

É constituído por argilas brandas, sendo aproximadamente:

— tensão de segurança à compressão, em regime estático: 1,5 kg/cm²

— coeficiente de compressão elástica uniforme: $Cu = 3{,}0\ kg/cm^3$
— coeficiente de compressão elástica não uniforme: $C_\varphi = 6{,}0\ kg/cm^3$
— coeficiente de corte elástico uniforme: $C_\tau = 1{,}5\ kg/cm^3$.

c) *Solicitações transmitidas pelo motor*

Não sendo conhecidas com exactidão as características necessárias à determinação de P_z e P_x (2.1), admitimos ser:

$$M_1 = M_2 = M_3$$
$$R = 10\ cm$$

É fácil relacionar, dentro de certa aproximação, a potência do motor com as massas equivalentes (2.1). O movimento do êmbolo e da haste será da forma:

$$x = A \text{ sen } wt$$

O trabalho desenvolvido por este movimento em cada ciclo tem o valor:

$$\tau = \int_0^T M_2 \ddot{x}\, dx = \int_0^T - M_2 A^2 w^3 \text{ sen } wt \cos wt\, dt = - 2 M_2 R^2 w^2$$

referindo-se os símbolos à notaçãs empregada até aqui.

A potência é então:

$$W = 5OM_2 R^2 W^2 = 27\ Cv$$

As massas equivalentes são neste caso

$$M_a = M_1 = M_2 = M_3$$
$$M_b = 1{,}5\ M_a$$

A força desenvolvida por cada cilindro, de acordo com as equações (2) tem componentes horizontal e vertical iguais respectivamente a

$$P'_x = 205 \text{ sen } wt\ (kg)$$
$$P'_z = 512 \cos wt\ (kg)$$

Admitindo um desfasamento entre manivelas de 90°, as solicitações resultantes são:

$$P_x = \sqrt{2}\ P'_x = 290 \text{ sen } wt\ (kg)$$
$$P_z = \sqrt{2}\ P'_z = 720 \text{ sen } wt\ (kg)$$
$$M_x = 256 \text{ sen } wt\ (kgm)$$
$$M_y = 205 \text{ sen } wt\ (kgm)$$
$$M = 102 \text{ sen } wt\ (kgm)$$

d) *Forma da fundação*

Dada a conveniência de que as frequências próprias da fundação sejam sensìvelmente superiores à velocidade de regime da máquina, que é elevada, adopta-se um bloco de pequena altura de forma indicada na fig. 6.

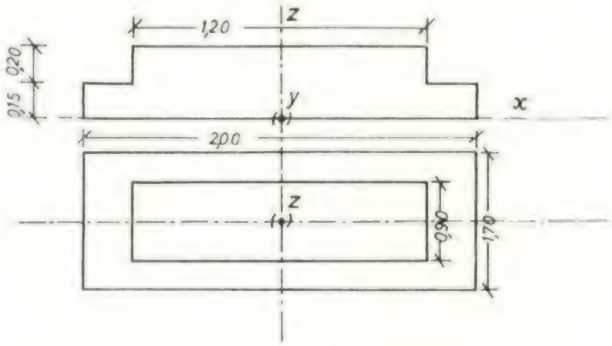


Fig 6 — Fundação de motor Diesel

O peso da fundação será:

$$P = 1.815\ kg$$

Cota do centro de gravidade do conjunto máquina-fundação:

$$Z = \frac{\Sigma\, mi\, Zi}{\Sigma\, mi} = 0{,}27\ m$$

e) *Amplitudes de oscilação*

Consideremos, em 1.ª análise, os diversos modos de vibração como independentes. Será então:

Frequência própria das oscilações verticais:

$$f_z^2 = \frac{CuA}{m} = \frac{3 \times 10^6 \times 2{,}0 \times 1{,}7 \times 9{,}8}{2415} = 41.400;\ f_z = 203\ rads^{-1} = 32{,}5\ Hz$$

Amplitude das oscilações verticais:

$$A_z = \frac{Pz}{m\,(\omega^2 - f_z^2)} = \frac{720 \times 9{,}8}{2415\,(41.400 - 24.800)} = 1{,}75 \times 10^{-4}\ m = 0{,}175\ mm$$

valor inferior ao limite admissível.

Oscilações angulares transversais

Sendo o momento dinâmico transversal

$$M_x = 256 \text{ sen}\omega t\ (kgm)$$
$$\omega = \frac{2\pi N}{60} = 50\pi$$

e a frequência própria de rotação

$$f_\varphi^2 = \frac{C_\varphi I - PZ}{W_o} \simeq \frac{C I}{W_o} \text{ visto ser } PZ \ll C_\varphi I$$

em que:

$$C_\varphi = 6 \text{ kg/cm}^3$$

$$I = \frac{200 \times 170^3}{12} = 8{,}2 \times 10^7 \text{ cm}^4$$

$$W_o = \frac{2415 \times 30^2}{981} = 2.210 \text{ kgcms}^2$$

Vem:

$$f_\varphi^2 = 223.000 \,;\; f_\varphi = 470 \text{ rads}^{-1} = 75 \text{ Hz}$$

a amplitude de oscilação angular é

$$A_\varphi = \frac{M}{W_o(\omega^2 - f_\varphi^2)} = \frac{256}{22{,}1 \;\; 223.000 - 24.800)} = 5{,}78 \times 10^{-5} \text{ rad}$$

a amplitude de oscilação vertical correspondente nos bordos da fundação é:

$$A_{1z} = 5{,}78 \times 10^{-5} \times 0{,}85 \text{ m} = 0{,}049 \text{ mm}$$

No caso mais desfavorável de sobreposição de A_z e Az1, a amplitude vertical resultante será

$$A = A_z + A_{z1} = 0{,}225 \text{ mm}$$

Valor que está dentro do limite admissível (0,20 a 0,30 mm).

Oscilações horizontais, segundo $\overline{xx}$ ou $\overline{yy}$

Sendo a respectiva frequência própria:

$$f_z^2 = \frac{C_z A}{m} = \frac{1{,}5 \times 10^6 \times 3{,}40 \times 9{,}81}{2.415} = 20.800 \,;$$

$$f_\tau = 144 \text{ rads}^{-1} = 23 \text{ Hz}$$

de valor muito próximo da velocidade de regime do motor (25 Hz), torna-se necessário aumentar a rigidez de corte da fundação, o que se pode conseguir embebendo a fundação no terreno e compactando-o fortemente na zona próxima do bloco. Procedendo assim, o coeficiente de corte elástico uniforme C_z aumenta consideràvelmente, bem como a frequência própria horizontal.

Admitindo-se um acréscimo de C_z para 2,5 vezes o seu valor inicial, o que está de acordo com a experiência [2], o novo valor da frequência própria será:

$$f_z^2 = 52.000 \,;\quad f_z = 228 \text{ rads}^{-1} = 36{,}3 \text{ Hz}$$

que já é sensìvelmente superior à velocidade de regime.

A amplitude das oscilações horizontais, será:

$$A_x = \frac{Px}{m\,(f_z^2 - w^2)} = \frac{290 \times 9{,}81}{2415\;(52.000 - 24.800)} = 4{,}35 \times 10^{-5} \text{ m} = 0{,}044 \text{ mm}$$

f) *Tensões sobre o terreno*

Tensão estática vertical:

$$\sigma_s = \frac{2415}{3{,}4 \times 10^4} = 0{,}071 \text{ kg/cm}^2$$

Pressão dinâmica vertical:

$$\sigma_d = ACu = 0{,}067 \text{ kg/cm}^2$$

Pressão vertical total:

$$\sigma = \sigma_s + \sigma_d = 0{,}138 \text{ kg/cm}^2$$

Verifica-se assim que embora a tensão sobre o terreno tenha um valor muito reduzido, a amplitude das vibrações verticais é da ordem de grandeza do limite admissível, o que indica claramente que em problemas desta natureza o objectivo fundamental do dimensionamento das fundações é limitar a amplitude das oscilações transmitidas ao terreno.

5 — MÉTODOS PARA LIMITAR A AMPLITUDE DE VIBRAÇÕES DAS FUNDAÇÕES

5.1 — Equilíbrio das forças de inércia, por meio de contrapesos

Como se viu em 2.1, é possível, por meio de contrapesos:

- equilibrar por completo a força de inércia normal à direcção da haste do pistão e parte da componente na direcção da haste;
- ou equilibrar por completo a harmónica fundamental de componente segundo a direcção da haste do pistão, do que resulta um acréscimo para a componente normal àquela:

Normalmente emprega-se o 1.º método, por serem menores tanto os contrapesos como as tensões na máquina.

Depois de instalada a máquina, se se verificar que se desenvolvem vibrações exageradas, recorre-se ao método que as limita, dependente da natureza das vibrações.

O equilíbrio por meio de contrapesos causa apenas uma curta interrupção no funcionamento da máquina.

5.2 — Estabilização química dos solos

Aplica-se especialmente em solos arenosos. A estabilização aumenta a rigidez da base e portanto as frequências próprias de vibração, o que é vantajoso, como se viu, em máquinas deste tipo. Pode ser aplicada ràpidamente, sem grande interrupção no funcionamento da máquina.

Se as vibrações forem sobretudo angulares, pode limitar-se a estabilização aos bordos da fundação.

Em regra basta levar a estabilização à profundidade de 1 a 2 metros.

5.3 — Processos estruturais

São os mais dispendiosos e requerem uma interrupção de funcionamento das máquinas geralmente longa. Empregam-se portanto apenas quando os métodos anteriores não dêem resultado.

Consistem: na cravação de estacas embebidas na fundação, que lhe aumentam consideràvelmente a rigidez; na ligação da fundação a placas especiais, destinadas a aumentar a rigidez do conjunto; [2] no emprego de massas ligadas à fundação, que funcionam como amortizadores [1] [6] [7] e se revelam muito eficientes nos casos em que não há grandes variações na velocidade de regime da máquina.

5.4 — Amortecedores mecânicos de molas

Empregam-se amortecedores de molas sempre que é necessário limitar as amplitudes de vibração muito aquém dos valores normais.

As molas são de fácil instalação, eficientes e pouco dispendiosas. São de muitos tipos, protegidas geralmente por cortiça, borracha ou feltro.

As características das molas a empregar (diâmetro e número de espiras) dependem dos resultados de cálculo dinâmico.

Conforme o tipo da máquina e a sua velocidade, existem 2 dispositivos de montagem das molas: *de suporte* ou *de suspensão*.

O 1.º caso aplica-se em fundações de máquinas de alta velocidade (superior a 300 r. p. m.) bem equilibradas, em que não é necessário um bloco de fundação de grandes dimensões. As molas são então instaladas directamente sobre a fundação. Sobre elas assenta um quadro metálico rígido, sobre o qual está montada a máquina, conforme indica em esquema a fig. 7.

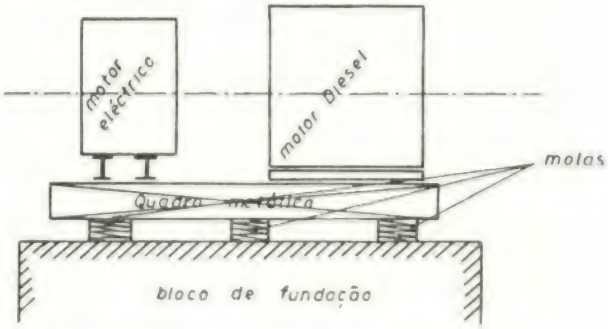


Fig. 7 — Esquema de fundação de molas de suporte

Pode ser necessário aumentar a massa sobre as molas. Nesse caso, ligado ao quadro metálico dispõe-se um bloco de fundação ligeiro, assente sobre as molas, colocadas por sua vez sobre o bloco de fundação principal.

Para a instalação dum sistema deste tipo, a ordem de operações é a seguinte: Betona-se o bloco inferior da fundação, com uma altura geralmente de 1 a 2 metros, dependente do tipo de máquina e das propriedades do solo; depois do betão endurecer, reveste-se a face superior com borracha sintética, aglomerado betuminoso ou qualquer material análogo; colocam-se os suportes das molas; assenta-se o bloco superior; montam-se as molas e regulam-se; finalmente, monta-se a máquina.

As molas de suspensão empregam-se em máquinas de baixa velocidade em que se torna necessária uma fundação pesada sobre as molas, a fim de evitar a colocação destas a um nível inferior ao do pavimento, com os inconvenientes de difícil regulação e substituição.

Neste caso os parafusos que ligam as molas ao apoio da máquina são de grandes dimensões. O conjunto tem o aspecto indicado na fig. 8.

Como as molas são especialmente empregadas em máquina de cilindros verticais, a análise di-

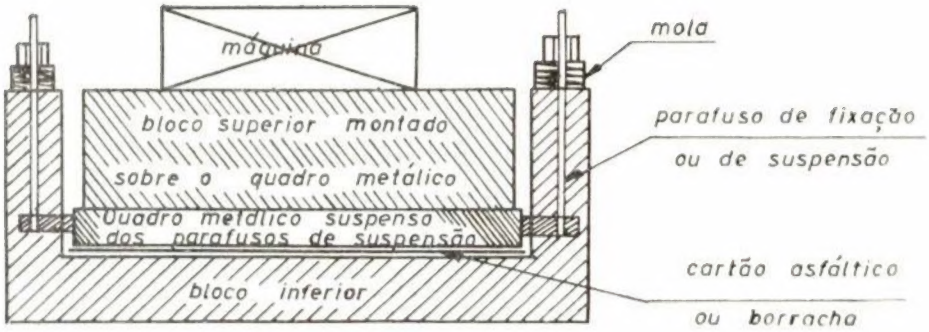


Fig. 8 — Esquema de fundação de molas de suspensão

nâmica reduz-se ao estudo de vibrações verticais de um sistema com 2 graus de liberdade.

Seja então um sistema de massas concentradas m_1 e m_2, ligadas por molas de rigidez c_1 e c_2, actuado por uma solicitação periódica $P \operatorname{sen} wt$, conforme se indica na fig. 9.

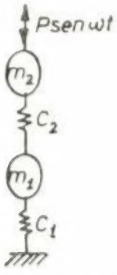


Fig. 9 — Modelo de 2 graus de liberdade, representativo do caso em estudo

As equações que regem o movimento do sistema são, desprezando o amortecimento:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{z}_1 + c_1 z_1 - c_2 (z_2 - z_1) &= 0 \\ m_2 \ddot{z}_2 + c_2 (z_2 - z_1) &= P \operatorname{sen} wt \end{aligned} \qquad (11)$$

sendo:

- m_2 — massa dos elementos colocados acima das molas (máquina e fundação)
- m_1 — massa da fundação colocada abaixo das molas
- z_1, z_2 — elongação vertical das massas m_1 e m_2
- $c_1 = c_u A$ — coeficiente de rigidez do solo
- c_u — coeficiente de compressão elástica uniforme do solo
- A — área da fundação
- c_2 — coeficiente de rigidez do conjunto de molas, dado por:

$$C_2 = \frac{n_1 d^4}{8 n D^3} G \qquad (12)$$

- n_1 — n.º de molas
- n — n.º de espiras em cada mola
- D — diâmetro das espiras
- d — diâmetro da mola
- G — Módulo de elasticidade transversal do material das molas

Considerando apenas vibrações forçadas, será:

$$z_1 = A_1 \operatorname{sen} \omega t \; ; \quad z_2 = A_2 \operatorname{sen} \omega t$$

$$A_1 = \frac{f^2}{m_1 \Delta(\omega^2)} \cdot P \; ;$$

$$A_2 = \frac{(1+\mu) f_z^2 + \mu f^2 - \omega^2}{m_2 \Delta(\omega^2)} \cdot P \qquad (13)$$

sendo:

$$f^2 = \frac{C_2}{m_2} \; ; \; f_z^2 = \frac{C_1}{m_1 + m_2} \; ; \; \mu = \frac{m_2}{m_1}$$

$$\Delta(\omega^2) = \omega^4 - (1+\mu)\,(f^2 + f_z^2)\,\omega^2 + (1+\mu) f^2 f_z^2$$

Vejamos a relação entre as amplitudes A_1 e A_2 e a rigidez C_2 das molas. O valor da força P é proporcional a w^2, ou seja

$$P = \gamma \omega^2$$

sendo γ dependente das características da máquina.

Substituindo esta expressão em (13) e dividindo por w^2, obtém-se:

$$A_1 = \frac{\gamma}{m^1} \cdot \frac{\xi^2}{1 - (1+\mu)\,(\xi^2 + \xi_z^2) - \xi^2 \xi_z^2} \qquad (14)$$

sendo:

$$\xi = \frac{f}{\omega} \; ; \; \xi_z = \frac{f_z}{\omega}$$

Na ausência de molas, a amplitude tem o valor:

$$A_z = \frac{\gamma}{m_1} \cdot \frac{1}{(1+\mu)\ (\xi_z^2 - 1)} \qquad (15)$$

Portanto o coeficiente de absorção das molas será:

$$\eta = \frac{A_z}{A_1} = \frac{1-(1+\mu)\ (\xi^2 + \xi_z^2 - \xi^2\ \xi_z^2)}{(1+\mu)\ \xi_z^2 - 1)} \qquad (16)$$

Vejamos então a relação entre ξ e η:

Para $f << \omega$, ou seja se $\xi \longrightarrow 0$

vem: $\eta \longrightarrow \infty$

Quer dizer: se a frequência própria dos elementos colocados acima das molas, supondo estas assentes sobre um meio infinitamente rígido, for muito inferior à frequência forçada, a eficiência da mola é muito grande.

Suponhamos agora que $\xi \longrightarrow \infty$, o que corresponde a um grande valor de f neste caso $\eta \longrightarrow 1$, ou seja, a mola não tem qualquer eficiência.

Apresenta-se na fig. 10 a variação de η com ξ, na qual se torna patente que as molas são eficientes para $|\eta| > 1$, o que sucede para uma faixa de valores ξ compreendida entre 0 e ξ_1 tal que

$$\xi_1 = \sqrt{\frac{(1+\mu)\ \xi_z^2 - 1}{2\,(1+\mu)\ (\xi_z^2 - 1)}} \qquad (17)$$

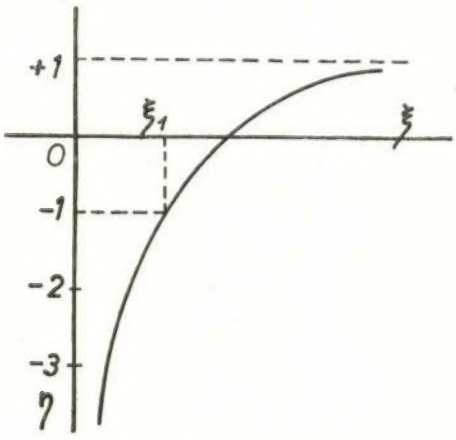


Fig. 10 — Relação entre η e ξ

Para $\xi > \xi_1$, $|\eta| < 1$, ou seja, o emprego de molas é inconveniente, pois aumenta a amplitude das vibrações.

Portanto, para que as molas sejam eficientes, é necessário que a frequência própria da massa montada sobre elas seja sensìvelmente inferior à frequência forçada. Esta frequência própria depende da rigidez das molas e da massa m_2.

Se se fixar o valor de η, obtém-se:

$$\xi^2 = \frac{1-(1+\mu)\ \xi^2}{(1+\mu)\ (\eta - 1)\ (\xi_z^2 - 1)} \qquad (18)$$

5.5 — Tapetes de borracha e cortiça

São de emprego muito corrente, como sistemas de limitação da amplitude das vibrações.

O seu comportamento é inteiramente semelhante ao das molas, pelo que o respectivo cálculo é regido pelas normas apresentadas em 5.4.

No caso de apoios de borracha, o cálculo apresenta certas dificuldades pela acentuada não-linearidade deste material, ou seja, da variação dos módulos de elasticidade com as condições de carga e forma de apoio.

É de notar ainda que a borracha necessita ser protegida da acção de agentes corrosivos e tende a alterar-se com o tempo, o que levou à sua substituição por diversos produtos sintéticos.

Indicam-se nas referências [7] e [10] da bibliografia, os elementos necessários ao cálculo estático e dinâmico de apoios de borracha.

As propriedades mecânicas dos aglomerados de cortiça empregados correntemente no isolamento de vibrações são descritas na publicação [11] da lista bibliográfica.

5.6 — Aplicação numérica: cálculo da fundação de um compressor vertical

a) *Dados:* Trata-se de um compressor vertical de 120 kw. As vibrações devem ser reduzidas ao mínimo, pois existem próximo aparelhos de precisão. O solo é caracterizado por um coeficiente de compressão elástica uniforme $c_u = 2 \times 10^3$ ton/m³.

A amplitude das vibrações não deve exceder 0,03 mm.

A velocidade do compressor é de 480 r. p. m. A força de inércia vertical é $P_z = 2{,}6$ ton.

b) *Amplitude das vibrações*

Suponhamos que a relação entre a frequência própria da fundação e a frequência forçada é 2. Para que fosse:

$$A_z = 0{,}03 \times 10^{-3}\ \text{m}$$

O peso da fundação deveria ser:

$$W = \frac{2,6 \times 9,81}{0,03 \times 10^{-3} \times 3 \times 2,5 \times 10^3} = 115 \text{ ton}$$

e a área da fundação seria:

$$A = \frac{f_z^2 W}{c_u g} = \frac{4 \times 2,5 \times 10^3 \times 115}{2 \times 10^3 \times 9,81} = 57,5 \text{ m}^2$$

Estes valores são excessivos, dada a pequena potência da máquina, pelo que é conveniente recorrer à utilização de molas.

Escolheu-se a fundação indicada em esquema na fig. 8, sendo:

- área da fundação: $A = 12,5 \text{ m}^2$
- peso da fundação abaixo das molas (bloco inferior): 21,0 ton
- peso do bloco superior e máquina: 35,0 ton
- coeficiente de rigidez da base: $c_1 = c_u A = 2 \times 10^3 \times 12,5 = 25,0 \times 10^3$ ton/m

Vem portanto:

$$m_1 = \frac{21,0}{9,81} = 2,15 \text{ ton seg}^2 \text{ m}^{-1}$$

$$m_2 = \frac{35,0}{9,81} = 3,56 \text{ ton seg}^2 \text{ m}^{-1}$$

- frequência própria do sistema, suposto sem molas:

$$f_z^2 = \frac{c_1}{m_1 + m_2} = 4,38 \times 10^3 \text{ seg}^{-2}$$

$$\xi_z^2 = \frac{f_z^2}{w^2} = 1,76$$

$$\mu = \frac{m_2}{m_1} = 1,65$$

Na ausência de molas, a amplitude vertical seria:

$$A_z = \frac{2,6}{(2,12 + 3,56)(4,38 - 2,5)\,10^3} =$$

$$= 0,25 \times 10^{-3} \text{ m} = 0,25 \text{ mm}$$

O coeficiente de absorção das molas deverá então ser:

$$\eta = \frac{A_z}{A_1} = \frac{0,25}{0,03} = 8,4$$

Suponhamos que $\eta = -10$. Obtém-se, da eq.. (18):

$$\xi^2 = \frac{1 - (1 + 1,65) \times 1,75}{(1 + 1,65)(-10 - 1)(1,75 - 1)} = 0,165$$

O valor da frequência própria da massa assente sobre as molas será então

$$f_z^2 = \xi^2 \omega^2 = 414 \text{ seg}^{-2}$$

e a rigidez total das molas:

$$c_2 = f_z^2 m_2 = 1.480 \text{ ton/m}$$

A rigidez de cada mola é então

$$c = \frac{c_2}{n_1}$$

n_1 — n.º de molas
seja $n_1 = 16$; vem:

$$c = \frac{1480}{16} = 92,0 \text{ ton/m}$$

Por outro lado, é:

$$c = \frac{d^4 G}{8 D^3 n}$$

G — módulo de elasticidade transversal = $7,5 \times 10^6$ ton/m²

Sejam molas de 5 espiras. Vem:

$$92,0 = \frac{7,5 \times 10^6}{8} \cdot \frac{d^4}{D^3} \cdot \frac{1}{5} = 1,88 \times 10^5 \frac{d^4}{D^3}$$

$$\frac{d^4}{D^3} = 4,9 \times 10^{-4}$$

Seja:

$$d = 2,5 \times 10^{-2} \text{ m};$$

vem:

$$D = 9,3 \text{ cm}$$

c) *Análise da tensão nas molas*

A capacidade de carga de uma mola é dada por

$$P_0 = \frac{\pi d^3 \tau}{8 D} \qquad (19)$$

τ — Tensão de segurança à torsão:

$$40 \times 10^3 \text{ ton/m}^2$$

Obtém-se para este caso:

$$P_0 = 2,64 \text{ ton}$$

Para determinar a carga que actua de facto sobre cada mola é necessário calcular a amplitude das vibrações forçadas. Será:

$$\Delta(\omega^2) = 6{,}25 \times 10^6 - (1 + 1{,}65)$$
$$(0{,}414 \times 10^3 + 4{,}48 \times 10^3) \times 2{,}5 \times 10^3 +$$
$$+ (1 + 1{,}65) \times 0{,}41 \times 10^3 \times 4{,}38 \times 10^3 =$$
$$= 21{,}0 \times 10^6$$

vem então, da eq. (13):

$$A_z = \frac{(1 + 1{,}65) \times 4380 + 1{,}65 \times 414 \cdot 2500}{3{,}56 \times 21 \times 10^6} \times$$
$$\times 2{,}64 = 0{,}34 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}$$

A carga dinâmica sobre as molas é então:

$$P_d = 0{,}34 \times 10^3 \times 1{,}48 \times 10^3 = 0{,}5 \text{ ton}$$

A carga total será

$$P_t = \frac{0{,}5 + 35{,}0}{10} = 2{,}22 \text{ ton} < 2{,}64 \text{ ton (limite admissível)}$$

BIBLIOGRAFIA

[1] — Ravara, A. — «Dimensionamento de fundações de máquinas», «Técnica» n.º 352, Nov. 1965.

[2] — Barkan, D.—«Dynamics of bases and foundations», Mc Graw-Hill Book Company, 1962.

[3] — Richart, F. E. — «Foundation Vibrations», Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, Proceedings of the A.S.C.E., Vol. 86, August 1960, Part I.

[4] - Smith, E.A L. — «Pile-Driving Analysis by the Wave Equation», Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proceedings of the A.S.C.E., Vol. 86, August 1960, Part I.

[5] - Arnold, R.N, Bycroft, G.N., Warburton, G.B. - «Forced Vibrations of a Body on an Infinite Elastic Solid», Journal of Applied Mechanics, Transactions, A.S.M.E, Vol. 77, 1955. pg. 391-401.

[6] — Jacobsen, L., Ayre, R. — «Engineering Vibrations», Mc Graw-Hill Book Company, 1958.

[7] - Harris, M, Crede, C.—«Shock and Vibration Handbook», Mc-Graw Hill Book Company, 1961.

[8] - Den Hartog, J P. «Vibrations Mécaniques», Dunod, 1960.

[9] - Shekhter, O. Ya. — «Consideration of Inertial Properties of Soil in the Computations of Vertical Forced Vibrations of Massive Foundations» Moscovo, 1948.

[10] — Kenneth L. Johnson — «Design of anti-vibration mountings».

[11] «Aglomerados Negros de Cortiça para Isolamentos». Publicação da Soc. Comercial de Isolamentos de Cortiça, Ld.ª

AQUECIMENTO DE TRANSFORMADORES IMERSOS EM ÓLEO

Com o pedido de publicação, recebemos do Laboratório Electrotécnico da Companhia Nacional de Electricidade a seguinte comunicação referente ao artigo em epígrafe:

«No artigo *Aquecimento de transformadores imersos em óleo*, do Sr. Eng.º Telles Antunes, publicado nos n.os 351 e 352 da *Técnica*, faz-se menção, no resumo e no agradecimento, da Companhia Nacional de Electricidade.

Esclarece-se que esse artigo é publicado sob a inteira responsabilidade do autor, e que essa menção não torna o laboratório daquela empresa, onde o autor trabalhou, de qualquer forma solidário com o seu conteúdo, nem significa que concorde com o mesmo ou que adopte o que nele se expõe».